



# **Valma-koulutuksessa olevien maahanmuuttajataustaisten opiskelijoiden matematiikan perustaidot**

Helsingin yliopisto  
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta  
Matematiikan ja tilastotieteen osasto  
Pro gradu -tutkielma  
Matematiikan aineenopettaja  
Huhtikuu 2020  
Ksenia Kukkonen  
Ohjaajat: Johanna Rämö & Anne-Maria Ernvall-Hytönen

Tiedekunta - Fakultet - Faculty <b>Matemaattis-luonnontieteellinen</b>		Laitos - Institution - Department <b>Matematiikan ja tilastotieteen osasto</b>	
Tekijä - Författare - Author <b>Ksenia Kukkonen</b>			
Työn nimi - Arbetets titel - Title <b>Valma-koulutuksessa olevien maahanmuuttajataustaisen opiskelijoiden matematiikan perustaidot</b>			
Oppiaine - Läroämne - Subject <b>Matematiikka</b>			
Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor <b>Pro gradu –tutkielma /Johanna Rämö, Anne-Maria Ernvall-Hytönen</b>		Aika - Datum - Month and year <b>Huhtikuu 2020</b>	Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages <b>39 s. + 5 s.</b>
Tiivistelmä - Referat – Abstract  <p>Tässä tutkielmassa oli tutkittu eräässä oppilaitoksessa Valma-koulutuksessa olevien maahanmuuttajien matematiikan perusosaamista. Tämän tutkimuksen aineisto kerättiin kahdesta Valma-luokasta. Tätä tutkimusta varten muokattiin erästä testiä, joka perustuu alun perin Mohyuddin ym. vuonna 2016 toteuttamaan pakistanilaiseen tutkimukseen. Testiin valittiin Valma-opiskelijoille oleelliset tehtävät, ja tarvittaessa tehtäviä muokattiin yhä sopivimmiksi.</p> <p>Tutkimuksessa haluttiin saada vastaukset kolmeen tutkimuskysymykseen, jotka esitellään tutkielman osiossa ”Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset”. Kysymyksiin vastattiin tätä tutkimusta varten teetetyn testin avulla, johon osallistui yhteensä 19 Valma-koulutuksessa olevaa täysi-ikäistä maahanmuuttajataustaista opiskelijaa. Tämä tutkimus ei ole tilastollinen, mutta tutkimustuloksista saadaan suuntaa antavaa tietoa, jota esimerkiksi maahanmuuttajia opettavat opettajat voivat mahdollisesti hyödyntää opetuksessaan. Maahanmuuttajien määrä Suomessa kasvaa koko ajan, ja tieto maahanmuuttajien tiedoista ja taidoista ovat yhä arvokkaampia.</p> <p>Testi sisälsi yhteensä 26 lyhyttä kysymystä muutamasta matematiikan osa-alueesta. Osassa tehtävistä oli vastausvaihtoehtoja, mutta osassa vastaus piti osata muodostaa täysin itse. Tarkoituksena oli testata maahanmuuttajataustaisten Valma-opiskelijoiden matematiikan perusosaamista, ja aiheet valikoituivat Valma-koulutuksen kannalta oleellisiin osa-alueisiin.</p> <p>Tutkielmasta osiosta ”Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa” löytyy kaaviot, joista helposti nähdään, mitkä tehtävät opiskelijat ovat osanneet parhaiten ja mitkä heikoiten. Tutkielman liitteistä löytyy myös opiskelijoille teetetty testi.</p>			
Avainsanat – Nyckelord - Keywords <b>Valma, maahanmuuttajaopiskelija, matematiikka</b>			
Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited			
Muita tietoja - Övriga uppgifter - Additional information			

# Sisällysluettelo

<b>1</b>	<b>JOHDANTO .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>MAAHANMUUTTAJA.....</b>	<b>2</b>
2.1	MAAHANMUUTTAJA SUOMESSA .....	2
2.2	MAAHANMUUTTOTAUSTAN VAIKUTUKSET .....	3
<b>3</b>	<b>MATEMAATTISET OPPIMISVAIKEUDET .....</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>AMMATILLISEEN KOULUTUKSEEN VALMENTAVA KOULUTUS .....</b>	<b>8</b>
4.1	MISTÄ AMMATILLISEEN KOULUTUKSEEN VALMENTAVA KOULUTUS MUODOSTUU? .....	8
4.2	MAAHANMUUTTAJA VALMA-KOULUTUKSESSA.....	9
<b>5</b>	<b>AIKAISEMMAT TUTKIMUKSET MAAHANMUUTTAJISTA MATEMATIIKAN OPETUKSESSA</b>	<b>10</b>
5.1	MATEMATIIKKAREKISTERI.....	10
5.2	PUHUTUN KIELEN VAIKUTUS MATEMATIIKAN OPPIMISEEN .....	11
5.3	MAAHANMUUTTAJAT JA MOTIVAATIO .....	12
5.4	VIRHEKÄSITYKSET MATEMATIIKASSA .....	13
5.5	KYPROSLAISTEN OPETTAJIEN NÄKEMYKSET MAAHANMUUTTAJISTA MATEMATIIKAN OPPIJOINA..	14
<b>6</b>	<b>TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET .....</b>	<b>17</b>
<b>7</b>	<b>TUTKIMUKSEN TOTEUTUS .....</b>	<b>18</b>
7.1	TUTKIMUKSEN AINEISTO.....	18
7.2	TUTKIMUSTULOSTEN ANALYSOINTI .....	19
<b>8</b>	<b>TUTKIMUSTULOKSET JA NIIDEN TULKINTAA .....</b>	<b>19</b>
8.1	TUTKIMUSTULOKSET .....	20
8.2	TUTKIMUSTULOSTEN TULKINTAA.....	30
<b>9</b>	<b>LUOTETTAVUUS .....</b>	<b>34</b>
<b>10</b>	<b>POHDINTAA .....</b>	<b>35</b>
<b>11</b>	<b>LÄHTEET .....</b>	<b>37</b>
<b>11</b>	<b>LIITTEET .....</b>	<b>39</b>
11.1	OPISKELIJOIDEN SUORITTAMA TESTI.....	39

# 1 Johdanto

Vuonna 2017 Suomessa asui yli 370 000 ulkomailla syntynyttä maahanmuuttajaa, ja määrän odotetaan koko ajan kasvavan (Väestöliitto). Esimerkiksi vuosien 1990 ja 2010 aikana maahanmuuttajien määrä on kymmenkertaistunut (Tilastokeskus, 2014). Luonnollisesti myös erilaisissa oppilaitoksissa olevien maahanmuuttajien määrä kasvaa tämän seurauksena. Suomessa maahanmuuttaja kohtaa erilaisia haasteita, joista oleelliset ovat kotoutumisen näkökulmasta suomen kielen oppiminen, sopivan koulutusväylän löytäminen sekä ammatin hankkiminen (Arvonen ym., 2010). Kouluilla on merkittävä rooli maahanmuuttajataustaisten nuorten sopeuttamisessa yhteiskuntaan. Opettajien on huomioitava erilaiset oppijat ja on kehiteltävä opetus oppilaille sopivaksi. Tutkimusta maahanmuuttajataustaisista nuorista ja etenkin kouluun liittyvistä asioista, tarvitaan koko ajan enemmän.

Oppiaineista matematiikkaa opetetaan ja opiskellaan jokaisella tasolla koulussa, ihan ensimmäisestä koululuokasta alkaen, mahdollisiin korkeakouluopintoihin asti. Matemaattisia taitoja tarvitaan myös ihan arkielämässä ja myös kaikenlaisissa töissä. Matematiikalta ei voi siis välttyä, mutta mitä opettajan on huomioitava, kun oppilaana onkin henkilö, jolla on maahanmuuttotustausta?

Tässä tutkielmassa tutkittiin maahanmuuttajien matemaattisia perustaitoja, sekä mahdollisia virhekäsityksiä. Tutkimuksen kohteena olivat täysi-ikäiset opiskelijat, mutta tulokset ovat varmasti suuntaa antavia myös nuoremmista oppijoista. Maahanmuuttajien taitojen tutkiminen on tärkeää, sillä niin kuin edellä todettiin, maahanmuuttajien määrä Suomessa kasvaa jatkuvasti, mutta tutkimusta ja tietoa maahanmuuttajien osaamisesta ei ole tarpeeksi. Aihe muovautui mielenkiinnon, maahanmuuttajataustani sekä opettajakokemukseni pohjalta. Kiinnostus aihetta kohtaan heräsi myös aineenopettajaopintoihin kuuluvalla *Opettaja työnsä tutkijana* –kurssilla, jossa ryhmämme tutki osatun kielen tuomaa etua matematiikan opetuksessa.

## **2 Maahanmuuttaja**

### **2.1 Maahanmuuttaja Suomessa**

Maahanmuuttaja käsitteenä ei ole yksiselitteinen. Väestöliitto määrittelee maahanmuuttajan ulkomaan kansalaiseksi, joka aikoo asua maassa pitkään (Miettinen, 2019). Joskus maahanmuuttajaksi voidaan kutsua sellaista henkilöä, joka on syntynyt Suomessa, mutta jonka toinen tai molemmat vanhemmat ovat muuttaneet muualta Suomeen. Tällöin kyseessä on niin sanottu toisen polven maahanmuuttaja. Tässä tutkielmassa maahanmuuttajalla tarkoitetaan ulkomailta Suomeen muuttanutta henkilöä, eli niin sanotusti ensimmäisen polven maahanmuuttaja.

Ihminen oppii kaikkialla ja eri tilanteissa (Seppälä & Wilhelmsson, 2010). Eri tilanteissa opitulla on kuitenkin erilainen arvostus. Koulussa opittua arvostetaan kaikkialla maailmalla eniten. Maahanmuuttaja ei aina itse osaa arvioida osaamistaan. Esimeriksi henkilö saattaa osata valmistaa aterian suurelle ryhmälle ja osata omassa päässään laskea ruoka-aineiden määriä hyvinkin nopeasti ja helposti oikeita määriä vastaaviksi. Kuitenkin, jos samalta henkilöltä kysytäänkin kuinka monta desilitraa mahtuu litraan, ei hän välttämättä pysty vastaamaan tähän. Etenkin matemaattiset taidot saattavat olla henkilöllä elämän mittaan opittuja, mutta matemaattinen kieli voi olla hänelle täysin vieras ja tämän takia koulumatematiikka voi aiheuttaa haasteita. On muistettava, että samoin, kuin minkä tahansa ihmisryhmän, myös maahanmuuttajien tilanne sekä oppimisen tuen tarve voivat vaihdella (Harju-Luukkainen, 2012). Merkittävää on muun muassa se, missä vaiheessa opintojaan henkilö muuttaa uuteen maahan, onko opetuskieli lähellä kotikieltään sekä kotimaansa koulutuksen taso. Myöhemmässä vaiheessa muuttanut henkilö, joka esimerkiksi saattaa aloittaa koulunkäynnin ikäisiään myöhemmin, voi joutua kohtaamaan samanaikaisesti monia siirtymiä, kuten maahan muutto, uuteen yhteiskuntaan siirtyminen ja sopeutuminen sekä toiselle kouluasteelle siirtyminen. Maahanmuuttajien taitojen arvioiminen voi toisinaan olla hankalaa, sillä jos esimerkiksi koe tehdään oppilaalle vieraalla kielellä, mitataan siitä

mahdollisesti halutun taidon (esimerkiksi matemaattisten taitojen) lisäksi, myös henkilön kielitaitoa (Haag ym., 2013).

## **2.2 Maahanmuuttotaustan vaikutukset**

Eri maista tulevilla maahanmuuttajanuorilla on hyvin vaihtelevat kasvuympäristöt, joten myös heidän taustansa vaihtelevat (Arvonen ym., 2010). Mitään päätelmiä ei voida tehdä pelkästään sen perusteella, että joku on maahanmuuttaja tai siitä, mistä maasta hän tulee. Tilanteen ymmärtämiseksi, olisi tärkeää saada jonkunlainen kuva siitä, millaisessa ympäristössä nuori on elänyt. Kasvuympäristö voi vaihdella huomattavasti maan sisälläkin. Henkilön elämänhistoria ja kasvuympäristöt määrittävät pitkälti sen, millaisia taitoja henkilö on oppinut. Maahanmuuttotausta on vain yksi monista asioista, mikä määrittelee henkilön elämän. Maahanmuuttajilla perheen ja yhteisön lisäksi kasvuun sekä kehitykseen vaikuttavat muun muassa kotoutumisen prosessi, yhteiskunnallinen tilanne sekä ympäristö, jossa nuori on elänyt aikaisemmin ja missä elää nyt. On muistettava, että myös maahanmuutolle on erilaisia syitä. Henkilö on voinut muuttaa työn tai opiskelun perässä, perheen tai suvun luokse tai pakottavan kotimaan tilanteen vuoksi. Pakottava tilanne on voinut olla uhkaava tilanne, kuten sota tai poliittinen vaino. Tällöin kyseessä on pakolaisuus. On suuri ero, onko henkilö muuttanut omasta halustaan vai pakon edessä. Merkitystä on silläkin, onko henkilö muuttanut suoraan kotimaastaan, vai onko hän joutunut mahdollisesti kiertämään useissa maissa ennen asettumistaan Suomeen. Tällöin henkilö on mahdollisesti joutunut kohtaamaan ja kokeamaan useamman kulttuurin. On siis muistettava, että tavallisten nuorten ongelmien ja koulunkäynnin lisäksi, nuori joutuu kohtaamaan kotouttamisen tuomat haasteet (Aunola & Salmela-Aro, 2018).

Maahanmuuttajille opetuskieli suomalaisessa koulussa on samaan aikaan sekä oppimisen kohde, että oppimisen väline eri oppiaineissa (Harju-Luukkainen ym. 2016). Kun jättää kotimaansa ja muuttaa uuteen maahan, ihminen kärsii helposti esimerkiksi surusta tai jonkinlaisesta traumasta (Seppälä & Wilhelmsson, 2010). Nämä negatiiviset tunteet voivat suurestikin

vaikuttaa henkilön oppimista ja uuden tiedon sisäistämistä. Riippumatta siitä, onko henkilöllä koulutusta ennestään tai onko aikaisempi tieto ja osaaminen hankittu aivan erilaisessa kulttuurisessa ympäristössä kuin Suomi, kulttuurieroilla on merkitystä. Kulttuurierot vaikuttavat muun muassa siihen, kuinka hyvin henkilö pystyy ymmärtämään mitä häneltä edellytetään eri tilanteissa. Näitä asioita harvemmin koulussa opetetaan erikseen, sillä näiden oletetaan kuuluvan kansalaistaitoihin. Niinkin yksinkertainen asia, kuin tunnille ajoissa tuleminen, ei välttämättä ole kaikille itsestään selvää. Kulttuurista toiseen siirtymisen lisäksi, voi nuori joutua siirtymään koulukulttuurista toiseen, mikäli hän on käynyt koulua aiemmin (Gorgorió ym. 2002). Pahimmillaan nuori voi joutua siirtymään ei-koulukulttuurista koulukulttuuriin, mikäli koulua ei ole syystä tai toisesta käyty kotimaassaan.

Arvonen ja muut (2010) korostavat, että samasta maastakin muuttaneilla nuorilla voi olla hyvinkin erilaiset taidot sekä koulunkäyntihistoriat. Merkittävää on, onko aiemmin asutussa maassa ollut esimerkiksi kaikille yhteinen koululaitos ja ovatko koulutuspalvelut olleet ilmaisia (Arvonen ym., 2010). Osa Suomeen tulleista maahanmuuttajanuorista ei välttämättä ole käynyt juurikaan koulua tai koulunkäynti on voinut olla hyvin epäsäännöllistä esimerkiksi sotatilan vuoksi. Toisaalta, esimerkiksi lähialueilta Suomeen tulleilla voi olla kokemusta melko samanlaisesta koulujärjestelmästä, kuin mitä Suomessakin on. Eri kulttuureissa panostetaan eri taitojen oppimiseen. Lisäksi eri yhteisöt arvostavat erilaisia asioita. Henkilön oppimisiin asioihin ja taitoihin vaikuttavat jo mainitun elämäkokemuksen lisäksi myös fyysiset, psyykkiset sekä sosioemotionaaliset ominaisuudet. Näitä ovat esimerkiksi lahjakkuus, temperamentti sekä erilaiset vammat ja sairaudet. Näihin asioihin henkilö ei itse pysty vaikuttamaan. Jotkin näistä edellä mainituista ominaisuuksista saattavat kokonaan estää uusien taitojen oppimista.

Kun nuori on syntynyt Suomessa, mutta vähintään toinen hänen vanhemmistaan on maahanmuuttajataustainen, unohdetaan usein tämän vaikutus (Arvonen ym., 2010). Vanhemmat siirtävät odotuksiaan, kokemuksiaan ja taitojaan lapsilleen. Tällainen sukupolvien välinen monikulttuurisuus onkin nuorelle rikkaus. Toisin on niillä nuorilla, jotka ovat vasta saapuneet Suomeen.

Omasta kulttuuristaan saadut tiedot ja taidot, joilla on aikaisemmin pärjännyt mainiosti, eivät enää riitä välttämättä edes arjessa pärjäämiseen ja elämiseen. Elämäntavat joudutaan opettelemaan uudelleen, ja mahdollisesti käsitystään tärkeistä taidoista joutuu muuttamaan. Brese ja Mirazchiyski kertovat (2013), että useat tutkimukset ovat osoittaneet opiskelijoiden perhetaustalla olevan merkitystä opiskelijoiden koulusaavutuksiin. Kun nuori asuu kotona vanhempiensa kanssa, vaikuttavat he lastensa mielipiteisiin sekä mahdollisiin näkemyksiin koulutuksesta ja oppimisesta.

On muistettava, että maahanmuuttajanuorella on samat kehitystehtävät, kuin Suomessa syntyneillä (Arvonen ym., 2010). Nuorella henkilöllä on edessä muun muassa itsenäistyminen, sosiaaliset suhteet sekä koulutuksen hankkiminen ja työelämään valmistautuminen. Eri kulttuureissa luokitellaan kuitenkin eri tavalla nuoruusiän kesto, joten myös edellä mainittujen asioiden järjestys voi vaihdella eri kulttuureissa sekä yhteiskunnissa. Henkilö voikin joutua miettimään odotuksiaan uudelleen.

Tutkimukset ovat osoittaneet, että oppilaan kotitaustan sekä vanhempien koulutason avulla voidaan selittää melko paljon oppilaiden matematiikan suorituksia (Marks ym., 2006). On merkitystä myös, missä iässä henkilö on muuttanut uuteen maahan (Brese ja Mirazchiyski, 2013). Mitä myöhemmällä iällä henkilö muuttaa uuteen maahan, sitä heikompi on koulusaavutus. Tämä selittyy yksinkertaisimmillaan sillä, että on ensin opittava kieli, ennen henkilö voi oppia uutta asiaa koulussa.

### **3 Matemaattiset oppimisvaikeudet**

Mononen ym. ovat kirjassa ”Matemaattiset oppimisvaikeudet” (2017) kuvailleet sitä, että matemaattiset oppimisvaikeudet voidaan luokitella lieviin, kohtalaisiin tai vaikea-asteisiin, ja ne ovat luonteeltaan kapea-alaisia. Kyseisellä käsitteellä kuvataan usein sitä, että matemaattisten taitojen oppiminen ja hallitseminen on selkeästi haastavampaa, kuin muilla saman ikäisillä henkilöillä. Matemaattiset oppimisvaikeudet ovat hyvinkin yleisiä, sillä lapsista ja nuorista jopa 20



prosentilla on vähintään lievä matemaattinen oppimishäiriö. Noin kuudella prosentilla ihmisistä taas on vaikea matemaattinen oppimishäiriö, josta käytetään termiä dyskalkulia. Dyskalkuliasta on kyse, kun on vaikeuksia peruslaskutaidossa kuten vaikeuksia lukumäärien erojen ymmärtämisessä sekä suuria vaikeuksia aritmetiikassa. Vaikeuksia voi olla siis yksinkertaisissakin yhteen- ja vähennyslaskuissa. Heikkoa osaamista matematiikan taidoissa on puolestaan 10-15:lla prosentilla ihmisistä. Matemaattisilla oppimisvaikeuksilla tarkoitetaan, että vaikeuksia ei esiinny ainoastaan matematiikassa oppiaineena, vaan vaikeuksia tulee vastaan arkielämässä, kun kohdataan matematiikkaa vaativia toimenpiteitä.

Tutkimusten mukaan, kognitiivisten taitojen heikkous voi selittää osaltaan matemaattisten taitojen heikkoutta (Mononen ym., 2017). Matemaattisen tehtävän suorittamiseksi on osattava suunnitella etenemistä, ohjata, arvioida ja mahdollisesti korjata. Jos näitä taitoja ei hallitse, vaikuttaa se myös matemaattisiin taitoihin. Matemaattisten oppimisvaikeuksien kognitiivisista tekijöistä selittäjäksi on ehdotettu myös työmuistin osuutta. Työmuistilla tarkoitetaan rajallista mahdollisuutta tiedon samanaikaiseen varastointiin ja sen käsittelyyn. Matematiikassa työmuistia tarvitaan esimerkiksi päässälaskuissa, joissa osavastauksia täytyy pitää mielessään, sekä esimerkiksi laskuvaiheiden muistamiseksi. Inhibitiolla tarkoitetaan käyttäytymisen ja reaktioiden säätelyä, ja ylimääräisten ärsykkeiden sivuuttaminen. Esimerkiksi epäolennainen tieto voi häiritä laskun vastauksen hakemista muistista, jos työmuisti häiriintyy muista tulevista ärsykkeistä johtuen. Myös inhibition on arveltu selittävän matemaattisia oppimisvaikeuksia, mutta tutkimustulokset ovat olleet ristiriitaisia inhibition varsinaisesta merkittävydestä. Todennäköisesti inhibition ongelmat tulevat näkyviin silloin, kun muistissa on väärää tietoa häiritsemässä oikeiden vastausten ratkaisemista (esimerkiksi kertotaulun väärinmuistaminen).

Luonnollisesti, myös kielellisillä taidoilla on vaikutusta matemaattisiin oppimisvaikeuksiin (Mononen ym., 2017). Tutkimusten mukaan matemaattista osaamista sekä oppimista edesauttavat lapsilla sanavaraston hallinta, fonologinen tietoisuus (puheen jakaminen eri yksiköiksi, kuten tavuihin), sekä painettuun kieleen liittyvät taidot (esimerkiksi kirjaintuntemus). Matemaattiset

oppimisvaikeudet esiintyvät usein myös muiden oppimisvaikeuksien kanssa. Tutkimukset ovat yksiselitteisesti osoittaneetkin, että lukemisen ja matematiikan osaamisen välillä on vahva yhteys. Noin puolilla henkilöistä joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, on myös lukivaikeus. Oppijat, joilla on sekä matemaattisia oppimisvaikeuksia, että lukivaikeus, suoriutuvat matematiikassa huonommin kuin ne, joilla on vain jompikumpi oppimisvaikeus. Heikkoon matemaattiseen osaamiseen on paljon selittäviä tekijöitä, ja opettajien sekä muiden kasvatusalan ammattilaisten olisi tärkeää olla tietoisia näistä tekijöistä sekä näiden vaikutuksista.

Matemaattiset oppimisvaikeudet voivat näyttäytyä eri tavoin (Mononen ym., 2017). Lukumääräisyyden tajussa henkilö ei osaa suoraan arvioida lukumäärää ja esimerkiksi nopan silmäluvussa, jokainen piste joudutaan laskemaan erikseen, jotta saadaan tieto mikä nopan luku on kyseessä. Myös esimerkiksi pöydällä olevien esineiden määrän arviointi voi olla hyvinkin poikkeava oikeasta määrästä. Laskemisen taidoissa taas matemaattiset oppimisvaikeudet näkyvät virheellisenä lukumäärän laskemisena. Numeroita ei esimerkiksi muisteta oikeassa järjestyksessä tai asioiden laskemisessa, sama esine saatetaan laskea kahteen kertaan. Aritmeettisissa taidoissa taas vaikeudet esiintyvät, kun aritmeettisia faktoja ei pysty hakemaan pitkäkestoisesta muistista, jolloin laskeminen on hyvin hidasta ja alkeellista. Henkilön, jolla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, voi olla myös hankala ymmärtää moninumeroisten lukujen paikkaa ja arvoa. Erityisesti nollan sisältävät moninumeroiset luvut voivat tuottaa suuria vaikeuksia hahmottamisessa. Sanalliset tehtävät tuottavat taas aivan omat vaikeudet, sillä niissä täytyy yhdistää useita kognitiivisia toimintoja. Sanallisesta tehtävästä täytyy osata muodostaa ratkaisumallin, jonka avulla saadaan vastaus, mutta henkilölle jolla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, tämä voi tuottaa vaikeuksia.

## **4 Ammatilliseen koulutukseen valmentava koulutus**

Ammatilliseen koulutukseen valmentava koulutus, eli Valma-koulutus, on tarkoitettu peruskoulun suorittaneille nuorille tai aikuisille, jotka tähtäävät ammatilliseen koulutukseen (Opetushallitus). Taustana voi olla halu hakea ammatilliseen koulutukseen, toisen asteen koulutuksen jo kertaalleen aloittaminen ja sen keskenjättäminen, vanhentuneen ammattitaidon omaaminen, erityistä tukea tarvitseminen, sekä maahanmuuttotausta (Opetushallitus). Maahanmuuttajille koulutus on erityisen hyvä, sillä koulutuksessa saa myös vahvistusta suomen kielen taidoille. Valman tavoitteena on antaa opiskelijoille valmiuksia hakeutua ammatilliseen koulutukseen sekä vahvistaa edellytyksiä ammatillisen tutkinnon suorittamiseen.

Valma-koulutus kestää enintään yhden lukuvuoden verran ja on laajuudeltaan 60 osaamispisteen suuruinen. Valma-koulutuksen suoritettuaan, on opiskelija oikeutettu yhteishaussa kuuteen lisäpisteeseen, mikä edesauttaa uuden opintopaikan saamista. Koulutukseen sisältyy muun muassa opiskelutaitojen vahvistamista, arjentaiteiden harjoittamista, työssäoppimiseen valmentautumista sekä tukea suomen kielen opiskeluun. Opetushallitus määrää lisäksi, että koulutuksen on muodostuttava valinnaisista opinnoista (Opetushallitus).

### **4.1 Mistä ammatilliseen koulutukseen valmentava koulutus muodostuu?**

Opetushallitus määrittelee mistä ammatilliseen koulutukseen valmentava koulutus muodostuu. Koulutus siis koostuu 60 osaamispisteestä, jonka verran opiskelija valitsee omien tavoitteiden mukaisia koulutuksen osia. Valmentavan koulutuksen osia on yhteensä 4 kappaletta joita ovat: ammatilliseen koulutukseen orientoituminen ja työelämän perusvalmiuksien hankkiminen, opiskeluvalmiuksien vahvistaminen, työpaikan järjestettävään koulutukseen

valmentautuminen sekä osallisuuden ja käytännön taitojen vahvistaminen. Näiden lisäksi voi opiskelija valita ammatillisen tutkinnon osa-alueita sekä muita valinnaisia koulutuksen osia. Tavoitteet määräytyvät usein mukaan, mihin ammatilliseen koulutukseen opiskelija haluaa hakea Valman jälkeen.

Matemaattis-luonnontieteellinen osaaminen mainitaan vain osana opiskeluvalmiuksien vahvistamista (Opetushallitus). Matematiikan suhteen osaamisen tavoitteena on, että opiskelija hallitsee ammatillista koulutusta varten tarvittavat matematiikan perustiedot sekä -taidot. Lisäksi tavoitteena on harjoittaa ja syventää päättely- sekä päässälaskutaitoja, sekä tulkita tilastoaineistoja. Näiden taitojen arviointi tapahtuu asteikolla hyväksytty/hylätty, jota tarvittaessa voidaan täydentää sanallisella arvioinnilla.

## **4.2 Maahanmuuttaja Valma-koulutuksessa**

Vuonna 2016 opetushallituksen teetetyn tutkimuksen mukaan Valma-koulutuksessa opiskelevista maahanmuuttajataustaisia tai vieraskielisiä opiskelijoita oli kokonaismäärästä lähes puolet (43,8 prosenttia) (Salonsaari & Aunola, 2017). Näistä opiskelijoista 89 prosenttia olivat täysi-ikäisiä. Maahanmuuttajien määrä oli koulutuksen järjestäjien kesken melko tasainen, mutta muutamassa järjestetyssä Valma-ryhmässä oli selkeästi enemmän maahanmuuttajataustaisia tai vieraskielisiä opiskelijoita. Koulutuksen järjestäjät saattoivat olla pieniä, keskikokoisia tai suuria järjestäjiä. Valma-koulutukseen hakeneiden maahanmuuttajien määrästä kertoo myös hyvin se, että suurimmaksi syyksi (29 järjestäjää 43:sta) hakijoiden valitsematta jättämiselle ilmoitettiin riittämätön kielitaito. Seuraavaksi merkittävin syy (aiemmin suoritettu toisen asteen tutkinto tai korkea-asteen koulutus) sai vain 20 mainintaa. Vaikka Valma-koulutus sopii hyvin maahanmuuttajille vahvistamaan kielitaitoa, täytyy olla kuitenkin riittävä suomen kielen osaaminen, jotta hyötty koulutuksesta.

## 5 Aikaisemmat tutkimukset maahanmuuttajista matematiikan opetuksessa

### 5.1 Matematiikkarekisteri

Tiedetään että kielen osaamisella on merkittävä rooli matematiikan oppimiseen (Ríordáin ym., 2015). Opetuskielen hallitsemisen puute, voi aiheuttaa paljon sekaannuksia matematiikan oppimisessa. Opetuskielen puutetta matematiikan oppimisessa ja ymmärtämisessä ei voi sivuuttaa. Kieli on viestinnän väline luokkahuoneessa ja kielen avulla tapahtuu vuorovaikutus opiskelijan ja opettajan välillä. Ríordáin ym. pitävät tutkimuksessaan matemaattista kieltä eräänlaisena erillisenä rekisterinä luonnollisessa kielessä. Niin sanotun matematiikkarekisteri-käsityksen muodostuminen johtuu muun muassa matematiikassa käytetyistä erillisestä sanastosta. Jokaisella kielellä on omat tavat ja rakenteet matemaattisen termistön ilmaisemiseksi, ja siten jokaisella kielellä on aivan oma matematiikkarekisteri. Eri kielillä, matemaattinen ajattelu ja hahmottaminen tapahtuu eri tavoin.

Matematiikan oppimisprosessi siis edellyttää matematiikkarekisterin hallintaa (Ríordáin ym., 2015). Matematiikkaa ei voi oppia ilman kieltä. Joillekin jotka opiskelevat matematiikkaa äidinkielelläänkin voi tuottaa vaikeuksia matematiikkarekisterin hallinta, puhumattakaan haasteista heillä, jotka opiskelevat matematiikkaa muulla, kuin äidinkielellään. Esimerkiksi englannin kielessä haasteita aiheuttaa se, että matematiikassa käytetään paljon sanoja, joilla on kaksoismerkitys arjessa. Nämä sanat ovat hankalia, sillä arjessa niillä voi olla aivan eri merkitys, kuin matematiikassa. Tällaisia sanoja englannin kielessä ovat muun muassa *aste*, *pariton* ja *operaatio*. Näiden termien arkikielen merkitykset voivat hankaloittaa matemaattista ymmärrystä ja aiheuttaa sekaannusta ymmärryksessä. Toisaalta, vaikeuksia voi aiheuttaa myös sellaiset sanat, joita käytetään vain matematiikassa, eikä niitä juurikaan kuule muualla. Oppija joutuu mahdollisesti kääntämään tällaisen sanan äidinkielelleen, mutta on mahdollista, että vastaavaa käännöstä ei ole, tai sana käännetään väärin. Tämä johtaa jälleen sekaannukseen.

## 5.2 Puhutun kielen vaikutus matematiikan oppimiseen

Haag ym. ovat vuonna 2013 tutkineet oppilaiden puhutun kielen vaikutusta matematiikan oppimiseen. Saksassa vuonna 2009 noin 26 prosentilla 15-vuotiaista oppilaista vähintään toinen vanhempi oli syntynyt ulkomailla. Oikeudenmukainen arviointi on Saksassa huolettanut, sillä useat testit ovat sellaisia, joissa pakostikin testataan matemaattisten taitojen lisäksi myös kielitaitoa. Testit eivät siis ole tasapuolisia kotonaan opetuskieltä puhuville sekä niille, joiden kotona puhutaan muuta kieltä, kuin opetuskieltä. Oletetusti monissa matemaattisissa tehtävissä vaaditaan riittävää kielitaitoa, ja kielitaidon puutteellinen osaaminen saattaa estää monia opetuskieltä ei-äidinkielenään puhuvia osoittavan todellista osaamistaan. Jotkut kielellisesti monimutkaiset tehtävät voivat mitata tarpeettomasti kielitaitoa, ja siten olla huomattavasti vaikeampia toista kieltä puhuville. Tällaista ilmiötä voidaan mitata eräänlaisella mittarilla nimeltään DIF (differential item functioning), jonka tarkoituksena on havaita testit, jotka toimivat eri tavalla eri ryhmillä (Holland & Wainer, 1993). Korkeat DIF-arvot kertovat eriarvoisuudesta, eli tässä tapauksessa esimerkiksi siitä, että tehtävässä on käytetty tarpeettomasti ja epäolennaisesti vaikeaa kieltä (Haag ym., 2013). Tutkijat korostavat, että vaikka ei opetuskieltä kotona puhuvat pystyisivätkin osallistumaan keskusteluihin arjessa melko hyvin, voi akateeminen kieli tuottaa suuria vaikeuksia, mikä vaikuttaa esimerkiksi tehtävänannon ymmärtämiseen.

Haag ym. olivat tutkimuksessaan analysoineet tuloksia Saksassa 3. luokkalaisille keväällä 2010 toteutetusta valtakunnallisesta matematiikan kokeesta, johon osallistui noin 21400 oppilasta. Testi koostui yhteensä 35 tehtävästä, joissa oli yhteensä 56 eri kohtaa. Oppilaat luokiteltiin kahteen eri ryhmään: he jotka käyttävät arkielämässään saksan kieltä ja puhuvat sitä kotona, sekä he jotka puhuvat koulun ulkopuolella pääsääntöisesti jotakin muuta, kuin saksan kieltä. Osallistuneista oppilaista 15200 käytti arkielämässään saksaa ja oppilaista 6200 käyttivät arkielämässään jotakin muuta kieltä, kuin saksaa. Haag ym. toteavat, että vaikka henkilö pärjäisi arkikielessä uuden opitun kielen avulla, voi niin sanottu akateeminen kieli kuitenkin tuottaa vaikeuksia, esimerkiksi juuri matematiikan menestymisessä.

Tutkijat korostavat, ettei tämä tarkoita sitä, että arkikieli olisi vähemmän kehittynyttä, mutta akateeminen kieli voi sisältää monimutkaisia kieliopillisia rakenteita sekä erikoista sanastoa.

Tutkimuksessa selvisi, että oppimistuloksiin vaikuttaa muun muassa sanallisten tehtävien pituus, tehtävien akateemisen sanaston sisältäminen sekä kieliopillinen selkeys. Muuta, kuin opetuskieltä kotonaan puhuvat, kokivat matematiikassa erityisen hankalaksi sanalliset tehtävät. Olennaista tutkimuksessa oli se, että tutkittiin nimenomaan kotona puhutun kielen vaikutusta, eikä pelkästään äidinkieltä. Tutkimustulokset olivat tärkeitä, jotta tulevaisuudessa tekstejä ja tehtäviä voidaan kehittää kaikille toimiviksi ja tasapuolisiksi. Tutkijat ovatkin ehdottaneet, että tehtävät oppilaille tulisi olla lyhyitä. Lisäksi tarpeetonta ei-matemaattista akateemista sanastoa tulisi välttää testeissä ja tehtävissä. Opettajan tulisi olla myös tietoinen akateemisen kielen mahdollisesti aiheuttavista haasteista oppilailla, jotka eivät opiskele äidinkielellään. Ei-natiivit ovat epätasa-arvoisessa asemassa testien lisäksi oppitunneilla, sillä opetuskielen osaamisen puute vaikuttaa myös oppitunneilla ymmärtämistä, ja estää siten oppimisen edistymistä. Tutkijoiden mukaan opetuksen tulisi keskittyä siihen, että opetuksella varmistettaisiin myös toista kieltä puhuvien akateemisen kielen oppimista.

### **5.3 Maahanmuuttajat ja motivaatio**

PISA-2012 arviointitutkimuksen perusteella on analysoitu muun muassa maahanmuuttajataustaisten oppilaiden motivaation ja matematiikan osaamisen välistä yhteyttä, ja sitä, esiintyykö tähän liittyviä eroja eri kieliryhmien välillä (Harju-Luukkainen ym., 2016, Harju-Luukkainen ym., 2014). Motivaation tutkiminen on tärkeää, sillä opetus ei ole tehokasta, mikäli oppijoilla ei ole kiinnostusta oppimiseen. Vuonna 2012 PISA tutkimuksessa oli ensimmäistä kertaa yliotos maahanmuuttajataustaisista oppilaista, mikä tarkoittaa sitä, että maahanmuuttajien osuus otoksessa on suurempi, kuin heidän osuutensa oppilasperusjoukossa. Aineistossa oli mukana yhteensä 1294 maahanmuuttajataustaista oppilasta, kun tavallisesti otoksessa olisi ollut 150-

300 maahanmuuttajataustaista nuorta. Vastaava yliotos tehtiin myös ruotsikielisten oppilaiden suhteen. Pisa-arviointitutkimuksessa kerättiin tietoa osaamistehtävien lisäksi myös taustakyselyllä, jolla pyrittiin selvittämään oppilaiden motivaatioita, niin sisäistä, kuin ulkoistakin. Sekä sisäistä, että ulkoista motivaatiota mitattiin molempia neljällä väittämällä, joihin oppilaat ottivat kantaa. Tutkimustulosten perusteella pääteltiin, että oppilaiden kielellisellä taustalla on merkitys oppilaiden sisäiseen ja ulkoiseen motivaatioon. Oppilaiden, joiden kotona puhuttiin jotakin muuta kieltä, kuin suomea, sekä sisäinen että ulkoinen motivaatio oli selkeästi korkeampi, kuin kantaväestöön kuuluvilla oppilailla. Merkittävää kuitenkin oli se, että motivaatio ei tässä tapauksessa suoraan tarkoittanut hyvää menestystä matematiikassa.

Kantaväestöön kuuluvilla nuorilla oli korrelaatiota matematiikan menestyksen sekä motivaation välillä (Harju-Luukkainen ym., 2016). Toisen polven maahanmuuttajilla motivaatio ja matematiikan menestys korreloivat jonkin verran. Ensimmäisen polven maahanmuuttajilla taas motivaation ja matematiikan menestyksen yhteys oli olematon. Tutkimuksen perusteella siis todettiin, että maahanmuuttajien osaamisen vaihtelua ei voida selittää motivaatiolla, vaan tässä tapauksessa oppimistulosten selittäjänä oli aivan jokin muu syy. Aineiston perusteella todettiin myös, että korkein motivaatiotaso oli havaittavissa aasialaistaustaisilla nuorilla, ja selkeästi heikoin taas kotonaan suomea puhuvilla.

## **5.4 Virhekäsitykset matematiikassa**

Mohyuddin ym. ovat vuonna 2016 julkaisseet Pakistanilaisen tutkimuksen, jossa on tutkittu peruskoulun viidennen luokan oppilaiden matematiikan tehtävissä tehtyjä virheitä ja mahdollisia virhekäsityksiä. Tutkimusta varten oli luotu testi, jonka tehtävät perustuivat 1.-4. luokan matematiikan opetussuunnitelmaan. Testiin osallistui yhteensä 248 oppilasta yhteensä kahdestatoista eri koulusta. Tutkittu aihe oli tärkeä, sillä virhekäsitykset mahdollisesti estävät oppilaita oppimaan uutta ja syventämään tietämystään matematiikassa. Tutkimuksessa haluttiin lisäksi selvittää, mitä virhekäsityksiä



oppilailla on, mikä niitä aiheuttaa, miten virhekäsityksiä voitaisiin kumota ja miten opettajien virhekäsitykset vaikuttavat oppilaiden virhekäsityksiin. Tutkimustuloksia haluttiin käyttää muun muassa opettajakoulutuksen kehittämiseksi. Virhekäsitys on usein seuraus ymmärryksen puutteesta tai soveltamisesta väärin (Spooner, 2002). Virhe taas voi johtua virhekäsityksestä, mutta myös esimerkiksi huolimattomuudesta. Joka tapauksessa, molemmat johtavat väärään tulokseen ja johtopäätökseen.

Mohyuddin ym. testissä kerättiin aineistoa yhteensä 12:sta koulusta ja 248 oppilaalta testillä, jossa oli yhteensä 42 matematiikan tehtävää kahdeksasta eri matematiikan osa-alueesta. Tämän lisäksi, tutkijat haastattelivat neljää oppilasta jokaisesta 12:sta koulusta, ymmärtääkseen paremmin syitä virhekäsitysten muodostumiselle. Testin 33 tehtävässä on annettu neljä eri vastausvaihtoehtoa, joista oppilaiden tulisi valita heidän mielestään oikea vastaus. Saaduista tuloksista, jokaisesta kahdeksasta osa-alueesta analysoitiin mahdolliset virhekäsitykset, joihin pyydettiin lisäksi haastateltavilta oppilailta selitystä. Lopuksi yhteenveto tuloksista tehtiin vielä, sekä testistä saadun aineiston, että haastattelujen perusteella. Tuloksissa ilmeni muun muassa seuraavat asiat: oppilailla on vaikeuksia järjestää luvut kasvavaan ja pienevään järjestykseen, sekä vaikeuksia hahmottaa lukujen paikka-arvoja. Myös desimaaliluvuissa lukujen paikka-arvo on selvä vain harvalle oppilaalle. Kaavioiden lukemisessa ilmeni myös useita osaamisen puutteita, kuten kahden arvon erotuksen laskemisessa. Kaavioista etenkin viivakaavion lukeminen osoittautui hankalaksi.

## **5.5 Kyproslaisten opettajien näkemykset maahanmuuttajista matematiikan oppijoina**

Kyproksella on tehty haastattelututkimus peruskoulun opettajille kolmesta eri koulusta, jossa on pyritty selvittämään opettajien näkemyksiä Kyproksella opiskelevista maahanmuuttajataustaisista oppijoina matematiikassa (Xenofontos, 2015). Haastatteluun osallistui yhteensä 16 opettajaa, kolmesta eri koulusta, joissa kaikissa oli paljon maahanmuuttajaopiskelijoita. Kaikki nämä

kolme koulua olivat hieman poikkeuksellisia, sillä niissä kaikissa maahanmuuttajataustaisten oppilaiden määrä oli yli 90%. Jokaista opettajaa haastateltiin noin 30-40 minuuttia, ja haastattelujen perusteella vastattiin kolmeen tutkimuskysymykseen. Tutkimuskysymykset olivat seuraavat: miten opettajat näkevät maahanmuuttajaopiskelijat matematiikan oppijoina, mitä opetusstrategioita opettajat käyttävät ja mitä koulutustarpeita opettajilla on matematiikan opettamisessa maahanmuuttajaopiskelijoille. Haastatteluissa kaikki 16 haastateltua opettajaa ilmaisi, että matematiikan oppimista estävänä päätekijänä on puutteellinen kielitaito. Opettajien mukaan, sanalliset tehtävät ja tehtävien ohjeet ovat monesti maahanmuuttajaopiskelijoille haastavia, ja oppilaat kohtaavat näissä paljon vaikeuksia. Eräs opettaja huomautti, että matematiikan kieli on kansainvälistä ja totesi, että plus, miinus ja monet muut matemaattiset symbolit ovat kaikkialla maailmassa samat, joten maahanmuuttajaopiskelijat pystyvät hyvin ratkaisemaan yksinkertaiset tehtävät melko helposti, samalla tavalla, kuin kotimaassaan.

Tutkimuksessa todettiin, että ongelmat ilmenevät, kun tehtävässä on esimerkiksi sanallinen tehtävänanto tai tehtävä muutenkin vaatii kielen osaamista (Xenofontos, 2015). Eräs opettajista kertoi myös kokemuksensa siitä, miten hän on huomannut, että paikallista kieltä kannattaa oppilaille puhua mahdollisimman vähän, mutta tärkeää olisi, että oppilaat oppisi matematiikan terminologian. Terminologian oppimisen jälkeen, oppilaat voivat pikkuhiljaa oppia laskemaan yksinkertaisia sanallisiakin tehtäviä. Yksi opettajista kertoi monimutkaisesta tilanteestaan, sillä koulussa missä hän opettaa, oppilaat ovat romanialaista kansaa. He puhuvat heidän paikallista kieltään kourbatsia ja jotkut puhuvat turkkilais-kyproslaista murretta, sillä he oppivat turkkia koulussa ja käyttävät kreikkalais-kyproslaista murretta välitunneilla ja keskusteluissa koulun ulkopuolella. Koulussa he opiskelevat kreikan kielellä. Näillä oppilailla on niin paljon kielellisiä ongelmia, että he eivät voi oppia matematiikkaa ennen kieliongelmistaan selviämistä.

Tutkimuksessa viisi opettajaa totesi, että iällä jolloin henkilö muuttaa Kyprokseen ja alkaa opetella kreikan kieltä on suuri merkitys. Opettajat totesivat, että mitä nuorempana oppilas muuttaa, sitä helpommin hän sopeutuu

ja oppii kreikan kieltä. Kun oppilas muuttaa nuorena ja alkaa heti kehittämään kielitaitoaan, voi hänestä tulla todella hyvä matematiikan oppija. Kaksi opettajista olivat tehneet myös havaintoja siitä, että oppilaat jotka ovat kaksikielisiä, eli osaavat sekä opetuskielen että kotona puhutun eri kielen, suoriutuvat usein matematiikassa jopa paremmin, , yksikieliset oppilaat. Kirjoittajien mukaan, useat tutkimukset selittävät tämän sillä, että kaksikielisillä henkilöillä aivojen urat syvenevät, mikä edesauttaa abstraktien asioiden hahmottamisessa, mikä taas on välttämätöntä matematiikan oppimisessa ja matemaattisessa ajattelussa. Kaikki haastatellut opettajat olivat sitä mieltä, että matematiikan oppiminen helpottuu huomattavasti, kun oppilas ymmärtää perussanastoa. Kirjoittajien mukaan, opettajat eivät ole kuitenkaan ottaneet huomioon sitä, että matematiikan perussanasto on erilainen, arkikielen perussanasto.

Kielen merkityksen lisäksi, kymmenen opettajaa olivat tehneet havaintoja kulttuurin merkityksestä matematiikan oppimiseen. Opettajien mukaan eri etnistä taustaa edustavilla oppilailla on erilainen kiinnostus matematiikan oppimiseen. Yksi kokenut opettaja oli tehnyt havainnon, että venäläiset oppilaat olivat yleensä jopa paikallisia kiinnostuneempia matematiikan oppimisesta, ja myös heidän menestys oli pääosin ollut hyvää. Toinen opettaja taas oli kokenut, että arabimaista tulevat oppilaat kohtaavat enemmän vaikeuksia, kuin muista maista tulevat oppilaat. Kyseinen opettaja arvelee tämän johtuvan esimerkiksi vanhempien odotuksista, sillä hän arvelee, että Eurooppalaisilla vanhemmilla on suuremmat odotukset, kuin arabialaisilla vanhemmilla.

## 6 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tässä tutkielmassa oli tavoitteena selvittää Valma-koulutuksessa olevien maahanmuuttajien matematiikkaan liittyviä perustaitoja ja virhekäsityksiä. Tutkimuskysymyksiä oli kolme:

1. Mitä matematiikan perusasioita Valma-koulutuksessa ovat maahanmuuttajat hallitsevat?
2. Mitä matematiikan perusasioita Valma-koulutuksessa ovat maahanmuuttajat eivät hallitse?
3. Mitä virhekäsityksiä matematiikan perusasioista Valma-koulutuksessa olevilla maahanmuuttajilla on.

Tutkimuskysymykset muodostuivat Mohyuddin ym. (2016) tehdyn tutkimuksen perusteella. Tutkimuskysymyksiin vastattiin kahdelle Valma-luokan maahanmuuttajille tehdyn testin perusteella. Testi on tehty tätä tutkimusta varten, ja se löytyy tutkielman liitteistä. Seuraavassa luvussa ”Tutkimuksen toteutus” on kuvattu tarkemmin testiä ja sen suoritusta. Koska otanta oli melko pieni, tutkimus ei ole tilastollinen. Tulokset ovat suuntaa antavia, mutta niiden perusteella ei voida tehdä varmoja johtopäätöksiä.

Oppitunneilla tehtyjen havaintojen ja aiemman työkokemuksen perusteella asetettiin tutkimuskysymyksiin seuraavat hypoteesit. Oletettiin, että Valma-koulutuksessa olevat maahanmuuttajaopiskelijat hallitsevat murtolukujen yhteen- ja vähennyslaskut. Oletuksena myös on, että kyseiset opiskelijat eivät hallitse kaavioiden tulkintaa ja yksikkömuunnoksia. Lisäksi arvioitiin, että virhekäsityksiä opiskelijoilla on desimaalilukujen ja murtolukujen suuruusluokkien ymmärtämisessä. Viimeisin oletus perustuu kirjoittajan kokemusten lisäksi Mohyuddin ym. 2016 toteutettuun vastaavaan tutkimukseen peruskoulun oppilaille.

## 7 Tutkimuksen toteutus

### 7.1 Tutkimuksen aineisto

Tämän tutkimuksen aineisto kerättiin eräässä oppilaitoksessa, jossa aineistoa kerättiin yhteensä kahdesta Valma-luokasta. Näiden kahden luokan maahanmuuttajaopiskelijat suorittivat heille paperilla annetun testin tätä tutkimusta varten. Molempien luokkien opiskelijat tekivät testin samaan aikaan, samassa luokkahuoneessa. Aikaa testille oli yksi tunti ja 15 minuuttia. Opiskelijat eivät saaneet käyttää testissä laskinta, oppikirjoja eikä sanakirjaa. Vain kirjoitusvälineet olivat sallittuja. Kaikki testiin osallistuneet olivat täysi-ikäisiä, ja tutkimuslupa tutkimuksen toteuttamiseen oli saatu oppilaitoksen toimipisteen rehtorilta. Opiskelijoille kerrottiin, että testiin osallistuminen on vapaaehtoista, eikä se vaikuta heidän arvosanoihin. Lisäksi heille korostettiin, että testi tehdään täysin nimettömänä, eikä tuloksia voida yhdistää vastaajiin, ja vastauksia käytetään vain tutkimuskäyttöön. Testiin osallistuneita oli yhteensä 19 opiskelijaa.

Testissä oli yhteensä 26 lyhyttä kysymystä (24. tehtävässä oli kolme kohtaa), joissa testattiin matematiikan perusasioita kuten murtolukuja ja niiden laskemista, desimaalilukuja ja niihin liittyviä laskuja sekä yksikkömuunnoksia. Testi perustui Mohyuddin ym. toteutettuun Pakistanilaiseen tutkimukseen (2016), jossa tutkittiin muun muassa peruskoulun viidennen luokan oppilaiden virhekäsityksiä, virheitä, edellä mainittujen syntymistä sekä näiden korjaamista. Tehtävät olivat siis perusmatematiikkaa, mutta tätä tutkielmaa varten, testiin valittiin sellaiset tehtävät, jotka eivät vaadi syvempää kielen ymmärtämistä, eikä sellaisia tehtäviä valittu, mitkä olivat muuten epäoleellisia Valma-koulutuksen kannalta. Tehtävänannossa käytettiin tarkoituksella selkeää suomen kieltä, sillä tarkoitus ei ollut testata suomen kielen osaamista, vaan matematiikan osaamista. Kuitenkin tiettyjä matemaattisia termejä ei avattu tarkemmin tehtävissä (esimerkiksi pienin yhteinen jaettava), sillä tutkimuksessa haluttiin myös nähdä osaavatko opiskelijat matemaattisia termejä.

## 7.2 Tutkimustulosten analysointi

Tulosten analysointi tapahtui niin, että opiskelijoiden vastaukset luokiteltiin yhteen kolmesta luokasta. Luokat olivat oikea vastaus, väärä vastaus ja vastaamatta jättäminen. Sellaisissa tehtävissä, joissa oli vastausvaihtoehtoja, oikeaksi vastaukseksi tulkittiin, jos opiskelija oli ympyröinyt tai alleviivannut oikean vastauksen, tai jos opiskelija oli kirjoittanut riville oikean vastauksen tai vastausvaihtoehdon kirjaimen. Vastaavasti jos saman oli tehnyt väärälle vastausvaihtoehdolle, vastaus tulkittiin vääräksi. Vastaamatta jätetyksi tehtävä tulkittiin, mikäli opiskelija oli jättänyt tehtävän tyhjäksi tai jos opiskelija oli kirjoittanut tehtävään "en osaa" tai "en tiedä". Osassa tehtävistä pyydettiin kirjaamaan myös välivaiheet näkyviin, mutta vaikka välivaiheita ei oltu kirjoitettu ja tehtävän ratkaisuksi oli saatu oikea vastaus, vastaus tulkittiin oikeaksi. Päättämiseksi oli testata tehtävän osaamista, ja välivaiheet olisivat olleet tutkimusta varten hyödyllisiä virhekäsitysten löytämiseksi. Tapauksissa, joissa opiskelija oli ratkaissut tehtävän oikein, mutta esimerkiksi yrittänyt sieventää lukua ja tehnyt tämän väärin, vastaus kuitenkin luokiteltiin oikeaksi, sillä annettu lasku oli kuitenkin tässä tapauksessa laskettu oikein. Luonnollisesti taas tehtävässä, jossa tehtävänantona oli sieventää murtoluku mahdollisimman sievään muotoon, luku piti sieventää täysin oikein. Desimaalilukutehtävissä, joissa opiskelija oli ratkaisustaan unohtanut merkitä desimaalipilkun, luokiteltiin vastaus vääräksi. Tulosten luokittelusta tehtiin taulukko ja kaaviot, joista kaaviot esitellään tarkemmin seuraavassa luvussa "Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa".

## 8 Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa

Tässä kappaleessa esitellään kerätystä aineistosta saadut tutkimustulokset. Tulokset esitellään tehtävä kerrallaan, ja jokaisen tehtävän kohdalla kerrotaan oikeiden vastausten lukumäärä, väärin vastausten lukumäärä ja vastaamatta jättäneiden lukumäärä. Yhteensä testiin vastanneita opiskelijoita oli 19. Lisäksi jokaisen tehtävän kohdalla pohditaan mahdollisia virhekäsityksiä, mikäli sellaisia on tehtävän kohdalla ilmennyt.

## 8.1 Tutkimustulokset

### Tehtävä 1

*Muodosta mahdollisimman suuri neljännumeroinen luku. Käytä numeroita 4, 6, 3 ja 7.*

Oikean vastauksen oli osannut muodostaa yksi opiskelija. Vääriä vastauksia oli 14 kappaletta, ja neljä opiskelijaa oli jättänyt tehtävän tekemättä. Useat väärät vastaukset olivat vain yksittäinen luku, tai luvut olivat lueteltuna suuremmasta pienempään pilkulla erottaen. Tämän erehdyksen voisi kuitenkin olettaa olevan kielipuutteen aiheuttamaa eikä varsinaisesti virhekäsitys, sillä tehtävänannossa on kuitenkin pyydetty muodostamaan neljännumeroinen luku.

### Tehtävä 2

*Luettele luvun 28 kaikki tekijät.*

Yksikään opiskelija ei ratkaissut tehtävää täysin oikein. Viisi opiskelijoista vastasi väärin ja 14 opiskelijaa jätti tehtävän kokonaan tekemättä. Kaksi opiskelijoista olivat muodostaneet kertolaskun, josta ratkaisuksi tuli luku 28, ja yksi opiskelija oli kirjoittanut yhteenlaskut josta ratkaisuksi tuli luku 28.

### Tehtävä 3

*Mikä on lukujen 12 ja 18 pienin yhteinen jaettava?*

Yksikään opiskelija ei ollut saanut tehtävästä oikeaa ratkaisua. 11 opiskelijaa oli yrittänyt vastata tehtävään, mutta vastaus oli väärä, ja kahdeksan opiskelijaa jätti vastaamatta tehtävään kokonaan. Vääräksi vastaukseksi oli ehdotettu lukua 12, eli annetuista luvuista pienempää lukua. Lisäksi vastaukseksi oli annettu lukuja, joilla voidaan jakaa molemmat annetut luvut. Näiden perusteella ei kuitenkaan voida tehdä johtopäätöksiä, onko tehtävä ymmärretty väärin, eikä opiskelija ole tiennyt mitä termi *pienin yhteinen jaettava* tarkoittaa, vai eikä opiskelija ole osannut ratkaista tehtävää.

#### Tehtävä 4

*Missä alla olevista kuvista, on väritetty  $\frac{2}{3}$  ? Onko oikea vastaus vaihtoehto a, b vai c?*

Vastausvaihtoehtoja oli siis kolme kappaletta ja niissä oli väritetty  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{2}{3}$  ja  $\frac{3}{5}$ . Tässä tehtävässä 13 opiskelijaa oli valinnut oikean vaihtoehdon ja kuusi opiskelijaa oli vastannut väärin. Kaikki opiskelijat olivat yrittäneet vastata tähän kysymykseen. Väärin vastanneista opiskelijoista neljä oli valinnut vaihtoehdon a, jossa oli väritetty  $\frac{2}{5}$ . Yksi opiskelija oli vastannut vaihtoehdon c ja yhden opiskelijan vastauksista ei voitu tulkita mitään.

#### Tehtävä 5

*Mikä alla olevista murtoluvuista on sama luku kuin  $\frac{5}{7}$  ?*

Vastausvaihtoehtoja oli kolme ja ne olivat a)  $\frac{10}{14}$  b)  $\frac{7}{9}$  ja c)  $\frac{7}{15}$ . Tähän kysymykseen oikein vastasi 12 opiskelijaa, kuusi opiskelijaa vastasi väärin ja yksi opiskelija jätti vastaamatta. Väärin vastanneista opiskelijoista kolmella oli vastausriviin kirjoitettu jotakin, josta ei pystytty tulkitsemaan sitä, mitä opiskelija oli yrittänyt tehdä. Eräs opiskelija oli yrittänyt laskea jokaisen kohdan osoittajan ja nimittäjän yhteen. Loput kolme väärin vastanneista opiskelijoista olivat valinneet vaihtoehdon c eli  $\frac{7}{15}$ , joka on käänteisluku kysytylle alkuperäiselle murtoluvulle.

#### Tehtävä 6

*Kirjoita mahdollisimman sievään muotoon luku  $\frac{12}{16}$ . Kirjoita välivaiheet näkyviin.*

Oikean vastauksen  $\frac{3}{4}$  oli osannut sieventää neljä opiskelijaa. Yhdeksän opiskelijaa oli vastannut väärin ja kuusi opiskelijaa ei ollut vastannut kysymykseen ollenkaan. Väärin vastanneista kaksi oli kuitenkin saanut



alkuperäisen luvun sievennettyä lukuun  $\frac{6}{8}$ , joten he olivat kuitenkin ymmärtäneet tehtävän idean ja osanneet sieventää murtolukuja. Yksi opiskelijoista taas oli kirjoittanut vastaukseksi 0,75. Tämä on tietysti sama asia, kuin  $\frac{3}{4}$ , mutta se ei ole ilmoitettu murtolukuna, joten sitä ei hyväksytty oikeaksi vastaukseksi.

#### Tehtävä 7

*Muuta  $\frac{18}{7}$  sekaluvuksi.*

Tehtävän sai ratkaistua oikein neljä opiskelijaa, kuusi opiskelijaa vastasi väärin ja yhdeksän opiskelijaa ei vastannut mitään. Yksi väärin vastanneista oli vastannut  $4\frac{2}{7}$ , kun oikea vastaus olisi ollut  $2\frac{4}{7}$ . Opiskelija osasi laskea oikeat numerot esiin, mutta ei ymmärtänyt mihin tulee kokonaiset luvut ja mihin murto-osat. Yksi opiskelijoista oli kirjoittanut vastaukseksi 2,57. Hän on luultavasti laskenut tämän jakokulman avulla.

#### Tehtävä 8

*Mikä seuraavista on sama kuin  $3\frac{4}{5}$ ? Onko oikea vastaus vaihtoehto a, b, c vai d?*

Vastausvaihtoehtoina olivat vaihtoehdot a)  $\frac{7}{15}$  b)  $\frac{23}{5}$  c)  $\frac{19}{5}$  ja d)  $\frac{12}{5}$ . Yhdeksän opiskelijaa sai ratkaistua tehtävän oikein, seitsemän opiskelijaa ratkaisi tehtävän väärin, ja kolme opiskelijaa ei edes yrittänyt ratkaista tehtävää. Vääristä vastausvaihtoehtoista kaikki kolme vaihtoehtoa oli valittu melko tasaisesti.

#### Tehtävä 9

*Kumpi murtoluvuista on isompi,  $\frac{1}{4}$  vai  $\frac{2}{9}$ ?*

19 opiskelijasta yhdeksän oli vastannut tähän kysymykseen oikein, yhtä monta oli vastannut väärin ja yksi oli jättänyt vastaamatta. Koska vastausvaihtoehdotja oli vain kaksi, oli tässä tehtävässä hyvät mahdollisuudet vastata oikein myös arvaamalla. Tästä tehtävästä on vaikea päätellä, onko melkein puolet opiskelijoista oikeasti osannut hahmottaa  $\frac{1}{4}$  olevan murtoluvuista suurempi, vai noudattaako oikeiden ja väärin vastausten määrä vain tilastollista todennäköisyyttä. Toisaalta, Mohyuddin ym. vuonna 2016 tekemässä testissä ala-koululaisille oppilaille, vain 6,5% heistä oli vastannut oikein samaan kysymykseen, joten tämän tutkielman tutkimuksessa opiskelijoilla oli kuitenkin selkeästi enemmän ymmärrystä murtolukujen suuruudesta Mohyuddin ym. testiin verrattuna.

#### Tehtävä 10

*Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{7}{11} + \frac{2}{3}$ .*

Tämän tehtävän ratkaisi oikein viisi opiskelijaa, 12 vastasi väärin ja kaksi opiskelijaa jätti vastaamatta. Tehtävässä pyydettiin kirjoittamaan myös laskun välivaiheet näkyviin, jotta mahdollisia virheitä ja virhekäsityksiä voisi tunnistaa helpommin. Useampi opiskelija sai vastaukseksi  $\frac{9}{14}$ , eli erinimisten murtolukujen osoittajat ja nimittäjät oli laskettu yhteen suoraan, laventamatta ensin samannimisiksi. Tämä oli selkeä virhekäsitys useammalla opiskelijalla. Opiskelijat olivat siis laskeneet erinimisten murtolukujen osoittajat ja nimittäjät yhteen olettaen, että näin suoraan saadaan näiden murtolukujen summa. Eräs oikean vastauksen saanut opiskelija oli välivaiheisiin merkinnyt lavennusmerkinnän sijaan supistusmerkinnän, eli hän oli tehnyt merkinnän murtoluvun oikealle puolelle. Hän oli kuitenkin osannut muuten laventaa oikeilla luvuilla ja saanut tehtävän ratkaisua oikein. Kyseinen opiskelija on joko sekoittanut kummalle puolelle murtolukua laventaminen merkitään, tai ehkä hän merkitsee sekä laventamisen, että supistamisen aina samalle puolelle. Siinä tapauksessa tämäkin olisi virhekäsitys.

### Tehtävä 11

*Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{5}{12} - \frac{4}{15}$*

Kyseisen erotuksen oli osannut laskea oikein kolme opiskelijaa, 12 oli vastannut väärin ja neljä oli jättänyt vastaamatta. Tässä tehtävässä näkyi hyvin samanlaisia virheitä, kuin edellisessäkin tehtävässä, jossa pyydettiin laskemaan erinimisten murtolukujen summaa. Yhteensä neljä opiskelijaa oli saanut ratkaisuksi  $\frac{1}{3}$ . Tämän ratkaisun saa, kun laskee erotuksen osoittajaksi lukujen 5 ja 4 erotuksen, ja nimittäjä muodostuu, kun vähennetäänkin isommasta nimittäjästä pienempi. Tätä samaa ratkaisutapaa oli siis käyttänyt neljä opiskelijaa 19:sta, mikä on prosenteissa kuitenkin yli 20. Tällainen virhekäsitys murtolukujen vähennyslaskusta olisikin tärkeää saada oppilailta kumottua, jotta he pääsevät etenemään matematiikan oppimisessaan.

### Tehtävä 12

*Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$*

Tässä tehtävässä oli parannusta verrattuna murtolukujen summa- ja erotustehtäviin. Opiskelijoista seitsemän ratkaisi tehtävän oikein, yhdeksän ratkaisi väärin ja kolme opiskelijaa jätti vastaamatta. Murtolukujen kertolaskun voisikin toisaalta ehkä ajatella olevan näistä laskuista helpoin, sillä murtolukujen ei tarvitse olla samannimisiä, vaan nimittäjät kerrotaan keskenään, ja samoin osoittajat. Toisaalta, kaksi opiskelijaa oli tehnyt tehtävän kertomalla murtoluvut ristiin, eli käytännössä suorittamalla jakolaskun, näistä toinen oli tehnyt lisäksi laskuvirheen. Yksi opiskelija oli laventanut murtoluvut ensin samannimisiksi, jonka jälkeen hän oli laskenut nimittäjien tulon oikein, mutta pitänyt osoittajana luvun 12.

### Tehtävä 13

*Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$*

Tehtävän oli ratkaissut oikein kahdeksan opiskelijaa, seitsemän oli vastannut väärin ja neljä oli jättänyt vastaamatta. Tämä tehtävä oli siis mennyt opiskelijoilla vielä paremmin, kuin edellinen murtolukujen kertolaskutehtävä. Eräs väärin laskenut opiskelija oli kääntänyt molemmat murtoluvut ja laskenut näiden kertolaskun. Yksi opiskelija oli saanut vastaukseksi  $\frac{3}{6}$ , mikä muodostuu kun lasketaan murtolukujen osoittajat ja nimittäjät yhteen.

#### Tehtävä 14

*Anna, Pekka ja Iiris söivät kakkua. Iiris söi  $\frac{1}{3}$  kakusta, kun taas Pekka ja Anna söivät molemmat  $\frac{1}{4}$  kakkua. Mikä osa kakusta jäi jäljelle. Kirjoita lasku ja laske se.*

Yksikään opiskelija ei saanut tehtävää oikein. Yksitoista opiskelijaa vastasi kysymykseen väärin, ja kahdeksan jätti kokonaan vastaamatta. Tämä oli tehtävistä ainoa puhtaasti sanallinen tehtävä, ja se oli tarkoituksella muotoiltu selkeillä ja helpoilla sanoilla. Lisäksi siinä oli tarkoituksella käytetty yleisiä suomalaisia erisnimiä. Voi jättää vain arvailujen varaan, jäikö oikeat vastaukset kiinni kielellisen ymmärtämisen puutteesta vai matematiikan perusteiden puutteesta. Neljä opiskelijaa yritti muodostaa laskun niin, että he laskivat  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ , mikä on tietysti väärin, sillä tästä puuttuu kokonaan kolmannen henkilön osuus, joka oli vielä  $\frac{1}{4}$ . Näistä neljästä opiskelijasta vain yksi muisti lopussa vähentää yhteislaskusta saadun määrän alkuperäisestä kokonaisesta kakusta, jolloin vastaukseksi saadaan kysytty jäljelle jäänyt kakun osa. Sanallinen tehtävä oli siis monessa mielessä haastava opiskelijoille.

#### Tehtävä 15

*Ilmoita  $\frac{7}{10}$  desimaalilukuna.*

Neljä opiskelijaa oli ratkaissut tehtävän oikein, kolme opiskelijaa oli ratkaissut väärin, ja peräti 12 opiskelijaa oli jättänyt tehtävän tekemättä. Väärin

vastanneista kahdella opiskelijalla oli vastauksena 70, eli murtolukujen ja desimaalilukujen yhteyttä ei välttämättä ole ymmärretty.

#### Tehtävä 16

*Kumpi desimaaliluvuista on suurempi: 0,083 vai 0,1?*

Oikeita vastauksia oli 16 kappaletta, kaksi opiskelijaa oli jättänyt tehtävän tekemättä, ja yksi opiskelija vastasi väärin. Vaikka tässäkin tehtävässä oli vain kaksi vastausvaihtoehtoa ja pelkästään arvaamalla todennäköisyys vastata oikein olisi ollut 50%, on tämä tehtävä mennyt huomattavasti paremmin, kuin mitä arvaamalla olisi ollut todennäköisyys saada tehtävä oikein. Pääsääntöisesti opiskelijat olivat siis ymmärtäneet eri desimaalilukujen arvoja.

#### Tehtävä 17

*Laske summa  $2,52 + 1,29$*

Tämän tehtävä oli saanut ratkaistua oikein 17 opiskelijaa, kaksi opiskelijaa olivat ratkaisseet summan väärin, eli yksikään opiskelija ei jättänyt vastaamatta tähän tehtävään. Väärin vastanneista toinen opiskelija oli vastannut 3,80, eli laskussa on todennäköisesti tapahtunut laskuvirhe, ja toinen opiskelijoista vastasi 3,711. Vaikka tehtävässä ei pyydetty erikseen kirjoittamaan välivaiheita tai kirjoittamaan tapaa, miten lasku ratkaistaan, oli hyvin monella opiskelijalla paperissa yhteenlasku allekkain, mikä onkin hyvä laskutapa desimaalilukujen yhteenlaskussa. Koska tässä tehtävässä ei ollut myöskään vastausvaihtoehtoja, voi todeta, että tämä tehtävä oli mennyt opiskelijoilla oikein hyvin.

#### Tehtävä 18

*Laske erotus  $4,03 - 1,15$*

Tässä tehtävässä oli jälleen pudotus verrattuna edelliseen desimaalilukujen yhteenlaskutehtävään. Viisi opiskelijaa oli ratkaissut tehtävän oikein, 12 oli

ratkaissut väärin, ja kaksi oli jättänyt tehtävän tekemättä. Yksi opiskelija oli kirjoittanut vastaukseksi 288, eli vastauksessa on oikeat luvut, mutta desimaalipilkku on puuttunut vastauksesta kokonaan. Kaksi opiskelijaa kirjoitti vastaukseksi 3,88. Yksi opiskelija oli saanut vastaukseksi 5,18. Kyseinen opiskelija oli luultavasti laskenut yhteen annetut desimaaliluvut. Eräs opiskelija oli saanut vastaukseksi 3,1. Hän on todennäköisesti vähentänyt ykköset ihan oikein, mutta sitten taas isommasta desimaaliosasta vähentänyt pienemmän. Tässäkin tehtävässä näkyi paljon vähennyslaskua allekkain niin oikean vastauksen, kuin vääränkin vastauksen saaneilla. Vähennyslasku allekkain ei siis ole kovin hyvin hallussa, ainakaan silloin kun siinä joutuu lainaamaan.

#### Tehtävä 19

*Laske tulo  $2,6 \times 8$*

Oikeita vastauksia oli kuusi kappaletta, vääriä oli 10 kappaletta ja kolme opiskelijaa oli jättänyt vastaamatta. Väärrien vastausten joukossa oli niin paljon erilaisia vastauksia, että niistä ei oikeastaan voitu varmuudella päätellä mitään. Mahdollisesti monet väärin vastanneet opiskelijat eivät tienneet sanan *tulo* matemaattista merkitystä, eivätkä he tunnistaneet tehtävässä esiintynyttä kertomerkkiä. Kaksi opiskelijaa oli kuitenkin vastannut 208, ja yksi opiskelija 2,08. Näillä opiskelijoilla on ollut todennäköisesti oikea laskutapa, mutta mahdollisesti virheellinen käsitys siitä, mihin desimaalipilkku tulee sijoittaa vastaukseen, kun oikea vastaus olisi siis ollut 20,8.

#### Tehtävä 20

*Jaa luku 1,2 luvulla 2*

Oikeita vastauksia oli kolme, myös vääriä vastauksia oli kolme ja loput, eli 13 opiskelijaa, olivat jättäneet tehtävän tekemättä. On vaikea arvioida, mikä tästä tehtävästä teki opiskelijoille niin vaikean, että moni jätti sen kokonaan tekemättä. Mahdollisina syinä voi olla jakolaskun osaamattomuus, desimaaliluvun jakamisen osaamattomuus tai *jako* –sanon sekä sen taivutetun muodon (*jaa*) matemaattisen merkityksen ymmärtämisen puute.

## Tehtävä 21

*Kuinka monta senttimetriä on 1,05 metrissä?*

Oikean vastauksen oli saanut kuusi opiskelijaa, väärän vastauksen oli saanut seitsemän opiskelijaa, ja kuusi opiskelijaa oli jättänyt vastaamatta. Oikeaan vastaukseen riitti pelkkä luku 105, eli tähän ei tarvinnut yksikköä perään, sillä haluttu yksikkö oli mainittu tehtävässä. Vääriä vastauksia olivat muun muassa olleet 150, 65, 100, 15m, 100,5 cm ja 1,05000 cm.

## Tehtävä 22

*Laske yhteen 1 kilogramma 250 grammaa ja 5 kilogrammaa 800 grammaa.*

Tässä tehtävässä tarvittiin sekä yksikkömuunnosten osaamista, että laskutaitoa. Oikeita vastauksia oli kuusi kappaletta, väärin vastausten määrä oli viisi ja vastaamatta jättäneitä oli kahdeksan. Väärin vastausten kohdalla voitiin huomata, että yksikkömuunnokset olivat monella pielessä.

## Tehtävä 23

*Laske yhteen 4 litraa 500 millilitraa ja 3 litraa 700 millilitraa.*

Myös tässä tehtävässä vaadittiin laskutaitoa ja yksikkömuunnoksen osaamista. Oikean vastauksen sai seitsemän opiskelijaa, väärin vastasi kolme ja yhdeksän jätti vastaamatta. Virheellisistä vastauksista ei pystytty tulkitsemaan muuta, kuin se, että tilavuuden yksikkömuunnokset eivät olleet opiskelijoille kovin helppoja.

Tehtävä 24: *Alla oleva kaavio esittää mangopuun kasvua. Katso taulukkoa ja vastaa kysymyksiin.*

## Tehtävä 24a

*Kuinka monta senttimetriä puu kasvoi 3. ja 4. päivän välissä?*

Oikeita vastauksia oli neljä, väärää vastauksia oli kolme ja vastaamatta jättäneitä yhdeksän.

#### Tehtävä 24b

*Kuinka korkea puu oli neljäntenä päivänä?*

Oikeita vastauksia oli viisi, väärää oli kuusi kappaletta ja vastaamatta jättäneitä oli kahdeksan.

#### Tehtävä 24c

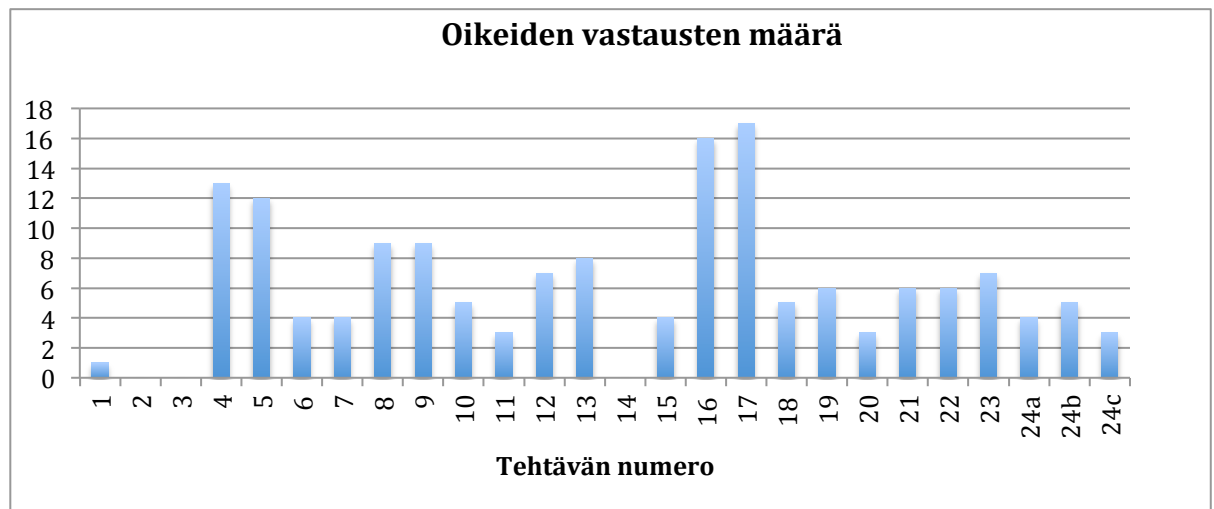
*Kuinka paljon puu kasvoi 2. ja 3. päivän välissä?*

Oikeita vastauksia oli kolme, väärää oli yhdeksän kappaletta ja vastaamatta jättäneitä seitsemän.

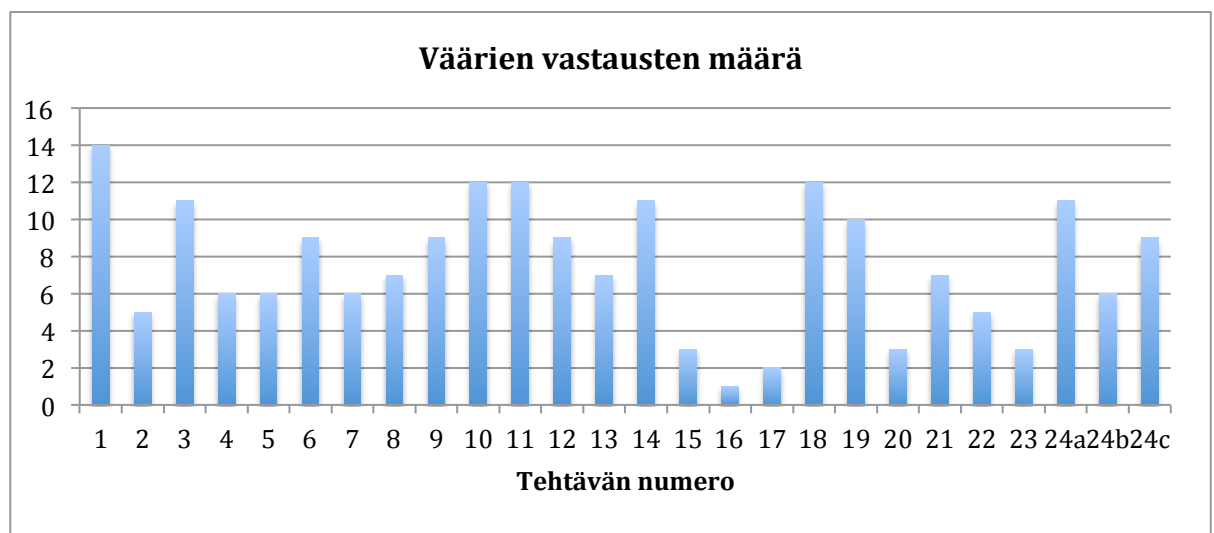
Kaaviossa y-akselilla oli senttimetrit asetettu niin, että yksi väli oli aina 2 senttimetriä. Tämä selkeästi tuotti opiskelijoille vaikeuksia tulosten tulkitsemisessa. Esimerkiksi *b*-kohdassa haluttu arvo olisi ollut 4 cm ja 6 cm puolivälissä, eli 5 cm, mutta useampi opiskelija tulkitsi kaaviota niin, että arveli vastaukseksi 4,5 cm. *A*- ja *c*-kohdissa taas useat opiskelijat olivat kirjoittaneet vastaukseksi sen, kuinka korkea puu oli ensin annettuna päivänä ja sitten kuinka korkea toisena päivänä. He eivät siis olleet vastanneet varsinaiseen kysymykseen, kuinka paljon puu oli kasvanut kysyttynä aikana.



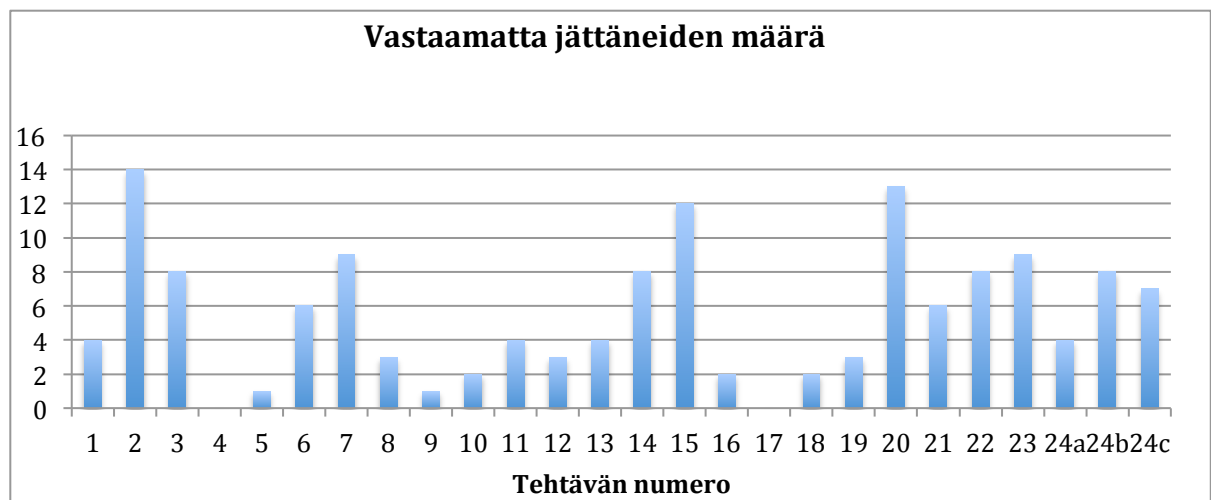
## 8.2 Tutkimustulosten tulkintaa



**Kaavio 1. Tehtävien oikeiden vastausten lukumäärä**



**Kaavio 2. Tehtävien väärien vastausten lukumäärä**



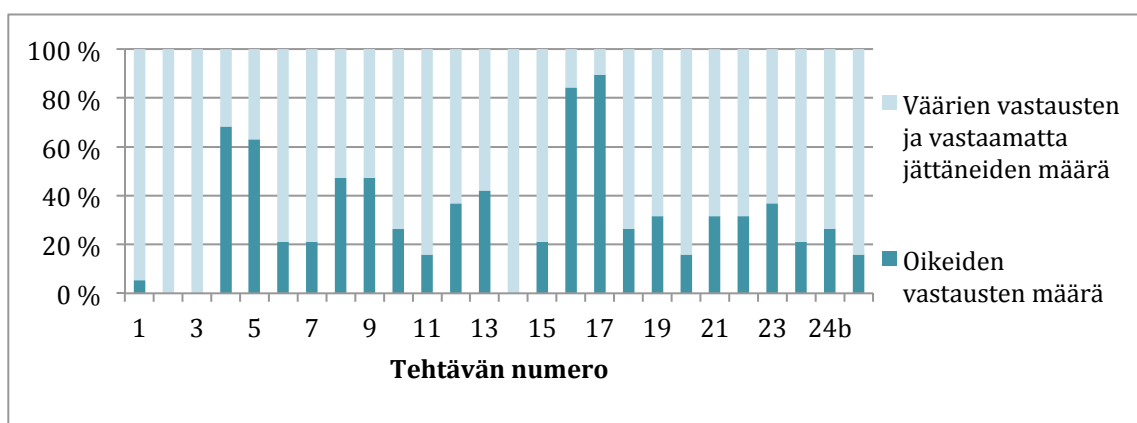
**Kaavio 3. Tehtävissä vastaamatta jättäneiden lukumäärä**

Yllä olevista kaavioista voi nähdä vielä kootusti sen, mitkä tehtävät tilastollisesti ovat saaneet eniten oikeita vastauksia, mitkä taas eniten väärä vastauksia ja mihin tehtäviin opiskelijat jättivät eniten vastaamatta. Tehty tutkimus ei siis ole tilastollinen pienen otannan vuoksi, mutta tulokset ovat kuitenkin mahdollisesti suuntaa antavia.

Kaaviosta yksi nähdään, että eniten oikeita vastauksia oli tehtävissä 4 ja 5 sekä tehtävissä 16 ja 17. Tehtävät 4 ja 5 olivat molemmat monivalintatehtäviä, ja molemmat liittyvät murtolukuihin. On huomioitava, että esimerkiksi tehtävässä 9 oli vain kaksi vastausvaihtoehtoa, ja silti oikeita vastauksia oli vähemmän. Tehtävät 16 ja 17 taas liittyivät molemmat desimaalilukuihin. Tehtävässä 16 verrattiin kahta desimaalilukua ja kysyttiin, kumpi niistä on suurempi. 19:sta opiskelijasta 16 oli osannut oikein tunnistaa suuremman desimaaliluvun, mikä kertoo siitä, että suurin osa opiskelijoista oli ymmärtänyt sen, miten desimaalilukuja tulkitaan. Tehtävässä 17 taas ei ollut ollenkaan vastausvaihtoehtoja, mutta siitä huolimatta 17 opiskelijaa oli osannut laskea kahden desimaaliluvun yhteenlaskun oikein. Nämä havainnot viittaisivat siihen, että Valma-koulutuksessa olevat maahanmuuttajaopiskelijat hallitsevat murtolukujen tunnistamisen kaaviosta sekä samanarvoisen murtoluvun löytämisen. Lisäksi opiskelijat ymmärtävät yksinkertaisten desimaalilukujen suuruussuhdetta, sekä osaavat desimaalilukujen yhteenlaskun, ainakin kun yhteenlaskettavilla desimaaliluvuilla on yhtä monta desimaalia.

Kaaviosta 2 nähdään, että useissa tehtävissä oli paljon vääriä vastauksia. Kaikkein eniten vääriä vastauksia oli ensimmäisessä tehtävässä. Tehtävässä pyydettiin muodostamaan mahdollisimman suuri neljänumeroinen luku käyttäen numeroita 4, 6, 3 ja 7. Tehtävää oli yrittänyt ratkaista yhteensä 15 opiskelijaa, joista 14 eivät olleet löytäneet oikeaa ratkaisua. Niin kuin aiemmin jo todettiin, vain osalla opiskelijoista oli edes nelinumeroinen luku vastauksessaan, joten tämän tehtävän kohdalla voisi ajatella, että opiskelijoiden kielitaito on ainakin rajoittanut tehtävän onnistumista. Muut tehtävät, joihin yli puolet opiskelijoista (10 tai enemmän) oli vastannut väärin, olivat tehtävät 3, 10, 11, 14, 18, 19 ja 24a.

Kaaviosta 3 nähdään se, kuinka moni opiskelija oli mihinkin tehtävään jättänyt kokonaan vastaamatta. Kaikkein eniten opiskelijat olivat jättäneet väliin tehtävän 2, jossa pyydettiin luettelemaan luvun 28 kaikki tekijät. 14 opiskelijaa 19:sta olivat jättäneet tehtävän tekemättä. Tehtävä on haastava jo siksi, koska oikea vastaus koostuu useasta osa-vastauksesta. Termi *tekijät* oli ehkä opiskelijoille vieras kokonaan, tai vieras suomenkielisenä sanana tai matemaattisena terminä. Voi olla myös, että opiskelijat ymmärsivät mitä *tekijä* tarkoittaa, mutta eivät osanneet tehtävän ratkaisua. Pelkästään tästä saatujen tulosten perusteella, ei voida tietää miksi tehtävä osoittautui niin haasteelliseksi, että moni jätti siihen vastaamatta kokonaan.



Kaavio 4. Tehtävissä oikeiden vastausten lukumäärän, sekä värien ja vastaamatta jättäneiden lukumäärien suhde

Kaavio 4 on ehkä havainnollistavin, sillä siinä on laskettu samaan ryhmään sekä opiskelijoiden väärät vastaukset, että se jos opiskelijat eivät ole vastanneet tehtävään, koska silloinhan vastusta ei voida luokitella oikeaksi. Kun vastaukset jaetaan kahteen ryhmään, eli onko opiskelija osannut tehtävän vaiko ei, ja kun nämä esitetään prosentteina, saadaan yllä esitetty kaavio. Nyt kaaviosta nähdään, että näyttäisi siltä, että desimaalikuihin liittyvät tehtävät 16 ja 17 ovat olleet onnistuneimpia Valma-koulutuksessa olevilla maahanmuuttajaopiskelijoilla. Selkeästi heikoiten ovat onnistuneet tehtävät 1, 2, 3 ja 14. Tehtävän 1 oli osannut tehdä oikein vain yksi opiskelija ja tehtäviä 2, 3 ja 14 ei yksikään. Näissä tehtävissä ei missään oltu annettu suoraan mitään laskua mikä pitäisi laskea, ja kaikissa oli vähemmän tai enemmän sanallisia ohjeita, joita olisi ollut oleellista ymmärtää. Tehtävä 14 olikin puhtaasti sanallinen tehtävä, jossa piti osata muodostaa lauseke ja laskea se. Kyseiset Valma-opiskelijat eivät siis osanneet sanallisia tehtäviä tai tehtäviä joissa ei konkreettisesti tarvinnut laskea mitään.

Virhekäsityksiä opiskelijoilla oli muun muassa erinimisten murtolukujen yhteen- ja vähennyslaskuissa. Erinimisten murtolukujen yhteen- ja vähennyslaskuja oli toteutettu ikään kuin murtoluvut olisivat olleet samannimisiä. Lisäksi murtolukujen kerto- ja jakolasku tuottivat vaikeuksia useille. Myös yksikkömuunnoksissa eri yksiköiden suhteissa oli virhekäsityksiä.



Kaavio 5. Opiskelijoiden kokonaispistemäärät testistä.

Kaaviosta 5 nähdään miten opiskelijoiden testistä saadut kokonaispisteet jakautuvat. Kokonaispisteet jakautuvat kolmen ja kahdeksantoista välille. Tyyppi-arvo, eli moodi oli seitsemän pistettä ja keskiarvo noin 9,5 pistettä (tarkka 9,487179487). Heikoin pistemäärä oli kolme pistettä ja paras oli 18 pistettä. Kukaan opiskelijoista ei siis saanut täysiä pisteitä, mutta kukaan ei myöskään jäänyt täysin nolville. Vaihtelevuus opiskelijoiden osaamisen kesken oli kuitenkin melko suurta, sillä parhaimman ja heikomman tuloksen välillä oli 15 pistettä. Arvelisin kuitenkin, että osaamisen vaihtelu on tyypillistä myös millä tahansa luokka-asteella suomalaisissa kouluissa.

## 9 Luotettavuus

Tutkimukseen osallistui yhteensä 19 täysi-ikäistä maahanmuuttajataustaista henkilöä, jotka opiskelivat kyseisellä hetkellä eräässä oppilaitoksessa Valma-koulutuksessa. Tässä tutkimuksessa oli tarkoitus vastata kolmeen tutkimuskysymykseen liittyen kyseisten opiskelijoiden perusmatematiikan osaamiseen ja virhekäsityksiin. Tutkimus toteutettiin paperitestillä, jossa oli yhteensä 26 kysymystä, joihin opiskelijoita pyydettiin vastaamaan nimettömästi. Opiskelijoilla oli testin tekemiseen yksi tunti ja 15 minuuttia. Sallitut välineet olivat ainoastaan kirjoitusvälineet, ja kaikki pulpetit olivat erillään toisistaan. Lisäksi opiskelijoille kerrottiin, että tulokset eivät vaikuta heidän opintosuorituksiin, vaan niitä käytetään vain tutkimuskäyttöön myöskin niin, ettei tuloksia voida yhdistää kehenkään opiskelijaan. Tutkimuksen tekijä tarkkaili koko ajan opiskelijoita testin ajan, jotta mahdollisille lunttaamisille tai laskimen käytölle ei olisi mahdollisuutta.

Yhdeksäntoista opiskelijaa on otantana melko pieni, joten mitään luotettavaa johtopäätöstä ei tutkimuksen perusteella voida tehdä, mutta tuloksista voi olla hyötyä esimerkiksi opettajille tai uusissa tutkimuksissa suunnitteleville. Testissä olevat kysymykset ovat niin sanotusti perusmatematiikkaa, mutta nekin vain muutamalta osa-alueelta. Esimerkiksi geometriaa tai yhtälönratkaisua testissä ei testattu lainkaan, joten tämänkään takia tulokset eivät ole tarkkoja, vaan ainoastaan suuntaa antavia tietyiltä osa-alueilta.

Tehtävät olivat sekä monivalintatehtäviä, että puhtaasti aukkotehtäviä, joissa ei ollut vastausvaihtoehtoja. Alkuperäisestä Mohyuddin ym. tehdystä tutkimuksesta, vain osa kysymyksistä oli valittu tähän tutkimukseen, ja osa tehtävistä, joissa alun perin oli vastausvaihtoehdot, muutettiin aukkotehtäviksi, sillä verrattuna Mohyuddin ym. viidesluokkalaisille tehtyyn tutkimukseen, nyt kyseessä olivat aikuiset. Joitakin tehtäviä oli myös muokattu sanallisesti hieman helpompaan muotoon, ja esimerkiksi puhtaasti sanallisessa tehtävässä, jossa alkuperäisessä tutkimuksessa käytettiin pakistanilaisia erisnimiä, käytettiin tässä testissä helppoja suomalaisia nimiä selkeyden vuoksi. Toisaalta esimerkiksi tehtävässä kaksi, jossa kysyttiin luvun *tekijää*, ja tehtävässä kolme, jossa kysyttiin lukujen *yhteistä pienintä jaettavaa*, ei termejä avattu sen tarkemmin, sillä tarkoituksena oli testata osaavatko opiskelijat matemaattista termistöä suomeksi. Toisaalta tehtävässä yksi tehtävänannossa oli kirjoitusvirhe ja siinä pyydettiin muodostamaan *neljänumeroinen* luku, kun oikein olisi ollut *nelinumeroinen* luku. Toki neljänumeroinen sanana on ehkä kielellisesti helpompi ymmärtää, vaikka tulosten perusteella sillä ei tässä tapauksessa ollut merkitystä.

Tehtävissä on matemaattista sanastoa lukuun ottamatta, pyritty käyttämään yksinkertaista, lyhyttä ja helppoa tehtävänantoa. Kuitenkaan ei voida vielä tämän tutkimuksen perusteella tietää, onko opiskelijalla jäänyt jokin tehtävä suorittamatta oikein osaamisen puutteen vuoksi, vai onko kyseessä suomen kielen puutteellinen osaaminen. On tärkeää muistaa myös se, että pienen otannan ryhmässä voi aina olla paljon eroja ihan yksilöiden välillä, ja varsinkin kun kyseessä on maahanmuuttajat, voi taustat, koulutustaustat sekä osaamiset vaihdella hyvinkin suuresti, ja edes keskivertotasoa on hankala määrittää.

## 10 Pohdintaa

Tämän tutkielman tavoitteena oli tutkia Valma-koulutuksessa olevien maahanmuuttajien perusmatematiikan osaamista ja mahdollisia virhekesityksiä. Maahanmuuttajien määrä Suomessa kasvaa koko ajan, joten myös

maahanmuuttajataustaisten opiskelijoiden tietoihin ja taitoihin perustuvat tutkimukset ovat koko ajan yhä tärkeämpiä. Tästä tutkimuksesta saatiin suuntaa antavia tuloksia Valma-koulutuksessa olevien maahanmuuttajien matematiikan osaamisista, mutta tuloksia voidaan tietyiltä osin soveltaa myös muihin maahanmuuttajaopiskelijoihin, esimerkiksi nuorempiin maahanmuuttajaopiskelijoihin tai joissakin muussa koulutuksessa oleviin. Harhaanjohtavaa toisesta maasta muuttaneelle voi olla myös esimerkiksi se, että jakolasku voidaan merkitä eri tavoin. Jakolasku voidaan merkitä merkeillä  $\div$ ,  $-$ ,  $:$  ja  $/$  joten kysytty tapa voi olla oppijalle vieras. Jatkotutkimuksia aiheesta voisivat olla sellaiset tutkimukset, joissa kielen merkitys on pyritty minimoimaan, jolloin testissä mitattaisiin yhä tarkemmin puhtaasti matematiikan osaamista, eikä kielitaitoa. Jatkotutkimuksessa olisikin mielenkiintoista testata haluttuja taitoja käyttäen kuvia apuna. Lisäksi jatkotutkimuksena voisi olla vastaava tutkimus, joka toteutetaan maahanmuuttajaopiskelijoille, jotka ovat aloittaneet opiskelunsa ammatillisen koulutuksen perustutkinnoissa. Tällöin voisi tutkia matematiikan osa-alueita, mitä tarvitaan kyseisillä aloilla. Tällaiset tutkimukset antaisivat arvokasta ja ajankohtaista tietoa, sillä maahanmuuttajien määrä Suomessa kasvaa koko ajan.

## 11 Lähteet

Aunola, K. & Salmela-Aro, K. (2018). *Motivaatio ja oppiminen*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Arvonen, A., Katva, L. & Nurminen, A. (2010). *Maahanmuuttajien oppimisvaikeuksien tunnistaminen*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Brese, F. & Mirazchiyski, P. (2013). Issues and Methodologies in Large-Scale Assessments. Special Issue 2: Measuring Students' Family Background in Large-Scale International Education Studies. IERI Monograph Series. *International Association for the Evaluation of Educational Achievement*.

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (2000). The "What" and "Why" of Goal Pursuits: Human Needs and the Self-Determination of Behavior. *Psychological Inquiry*, 11(4), pp. 227-268. doi:10.1207/S15327965PLI1104\_01

Gorgorió N., Planas N., Vilella X. (2002) Immigrant Children Learning Mathematics in Mainstream Schools. In: de Abreu G., Presmeg N.C. (eds) Transitions Between Contexts of Mathematical Practices. Mathematics Education Library, vol 27. Springer, Dordrecht

Haag, N., Heppt, B., Stanat, P., Kuhl, P. & Anand Pant, H. (2013). Second language learners' performance in mathematics: Disentangling the effects of academic language. *Learning and Instruction*, 52(28), 24-34.

Harju-Luukkainen, H., Tarnanen, M., & Nissinen, K. (2016). Monikieliset oppilaat koulussa: eri kieliryhmien sisäinen ja ulkoinen motivaatio sekä sen yhteys matematiikan osaamiseen PISA 2012 -arvioinnissa. *AFinLA-E: Soveltavan Kielitieteen Tutkimuksia*, (9), 167-183. Noudettu osoitteesta <https://journal.fi/afinla/article/view/60853>

Harju-Luukkainen, H., K. Nissinen, S. Sulkunen, M. Suni & J. Vettenranta 2014. Avaimet osaamiseen ja tulevaisuuteen. Selvitys maahanmuuttajataustaisten



nuorten osaamisesta ja siihen liittyvistä taustatekijöistä PISA 2012 - tutkimuksessa. Jyväskylän yliopisto: Koulutuksen tutkimuslaitos.

Marks, G. N., Cresswell, J. & Ainley, J. (2006). Explaining socioeconomic inequalities in student achievement: The role of home and school factors. *Educational Research and Evaluation*, 12(2), pp. 105-128. doi:10.1080/13803610600587040

Holland, P. W., & Wainer, H. (Eds.). (1993). Differential item functioning. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Martela, F.; Jarenko, K. 2014. Sisäinen motivaatio tulevaisuuden työssä tuottavuus ja innostus kohtaavat. Eduskunnan tulevaisuusvaliokunnan julkaisu 3/2014.

Mohyuddin, R. G. & Khalil, U. (2016). Misconceptions of Students in Learning Mathematics at Primary Level.(Report). *Bulletin of Education and Research*, 38(1), .

Mononen, R., Aunio, P., Korhonen, J., Tapola, A. & Väisänen, E. (2017). *Matemaattiset oppimisvaikeudet*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Ní Ríordáin, M., Coben, D. & Miller-Reilly, B. (2015). What Do We Know about Mathematics Teaching and Learning of Multilingual Adults and Why Does It Matter? *Adults Learning Mathematics*, 10(1), p. 8.

Opetushallitus 2017. Ammatilliseen koulutukseen valmentava koulutus. Määräys 18.12.2017 Helsinki: Opetushallitus. (Luettu 30.10.2019)

Pirinen, T. (2015). Maahanmuuttajataustaiset oppijat suomalaisessa koulutusjärjestelmässä: Koulutuksen saavutettavuuden ja opiskelun aikaisen tuen arviointi. Helsinki: Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Salonsaari, M-E. & Aunola, U. 2017. Valmasta vauhtia. Tilannekatsaus ammatilliseen peruskoulutukseen valmentavan koulutuksen (Valma)

toimeenpanosta ja vaikuttavuudesta syksyllä 2016. Opetushallitus. Raportit ja selvitykset 2017:8. [http://www.oph.fi/download/183249\\_Valmasta\\_vauhtia.pdf](http://www.oph.fi/download/183249_Valmasta_vauhtia.pdf) (Luettu 31.10.2019)

Seppälä, T. & Wilhelmsson, N. (2010). Maahanmuuttajan osaamisen tunnistaminen: Maahanmuuttajataustaisen opintoihin hakeutuvan osaamisen tunnistaminen toisen asteen koulutuksessa. [Helsinki]: Helsingin yliopisto, koulutus- ja kehittämiskeskus Palmenia.

Spooner, M. (2002). Errors and misconceptions in maths at Key Stage 2.

Välijärvi, J. (2015). Millä eväillä osaaminen uuteen nousuun? PISA 2012 - tutkimustuloksia: PISA 2012 -tutkimustuloksia. [Helsinki]: Opetus- ja kulttuuriministeriö.

Xenofontos, C. (2015). Immigrant pupils in elementary classrooms of Cyprus: How teachers view them as learners of mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 45(4), pp. 475-488. doi:10.1080/0305764X.2014.987643

## **11 Liitteet**

### **11.1 Opiskelijoiden suorittama testi**

1. Muodosta mahdollisimman suuri neljännumeroinen luku. Käytä numeroita 4, 6, 3 ja 7.

---

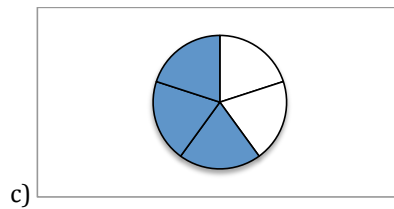
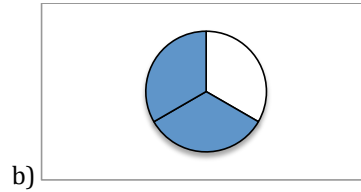
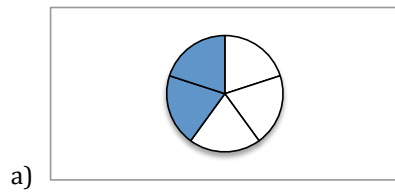
2. Luettele luvun 28 kaikki tekijät.

---

3. Mikä on lukujen 12 ja 18 pienin yhteinen jaettava?

---

4. Missä alla olevista kuvista, on väritettynä  $\frac{2}{3}$ ? Onko oikea vastaus vaihtoehto a, b vai c?



---

5. Mikä alla olevista murtoluvuista on sama luku kuin  $\frac{5}{7}$ ?

a)  $\frac{10}{14}$

b)  $\frac{7}{9}$

c)  $\frac{7}{5}$

6. Kirjoita mahdollisimman sievään muotoon luku  $\frac{12}{16}$ . Kirjoita välivaiheet näkyviin.

---

7. Muuta  $\frac{18}{7}$  sekaluvuksi.

---

8. Mikä seuraavista on sama kuin  $3\frac{4}{5}$ ? Onko oikea vastaus vaihtoehto a, b, c vai d?

a)  $\frac{7}{15}$

b)  $\frac{23}{5}$

c)  $\frac{19}{5}$

d)  $\frac{12}{5}$

---

9. Kumpi murtoluvuista on isompi,  $\frac{1}{4}$  vai  $\frac{2}{9}$ ?

---

10. Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{7}{11} + \frac{2}{3}$ .

---

11. Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{5}{12} - \frac{4}{15}$ .

---

12. Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ .

---

13. Kirjoita välivaiheet ja laske  $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$ .

---

14. Anna, Pekka ja Iiris söivät kakkua. Iiris söi  $\frac{1}{3}$  kakusta, kun taas Pekka ja Anna söivät molemmat  $\frac{1}{4}$  kakkua. Mikä osa kakusta jäi jäljellä. Kirjoita lasku ja laske se.

---

15. Ilmoita  $\frac{7}{10}$  desimaalilukuna.

---

16. Kumpi desimaaliluvuista on suurempi: 0,083 vai 0,1?

---

17. Laske summa  $2,52 + 1,29$

---

18. Laske erotus  $4,03 - 1,15$

---

19. Laske tulo  $2,6 \times 8$

---

20. Jaa luku 1,2 luvulla 2

---

21. Kuinka monta senttimetriä on 1,05 metrissä?

---

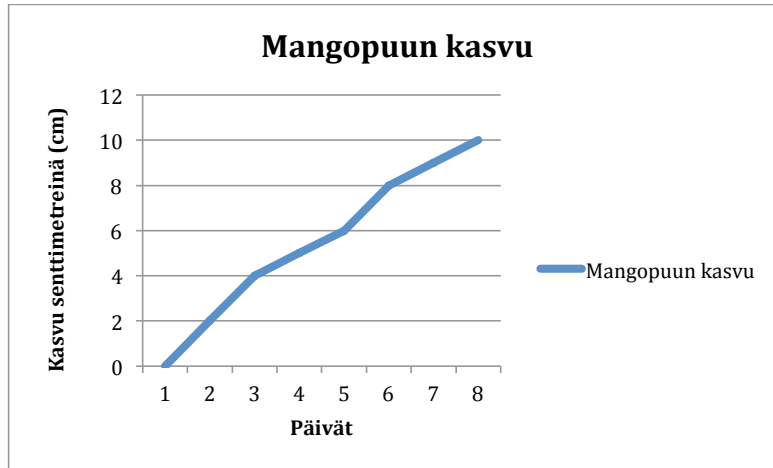
22. Laske yhteen 1 kilogramma 250 grammaa ja 5 kilogrammaa 800 grammaa.

---

23. Laske yhteen 4 litraa 500 millilitraa ja 3 litraa 700 millilitraa.

---

24. Alla oleva kaavio esittää mangopuun kasvua. Katso taulukkoa ja vastaa kysymyksiin.



a) Kuinka monta senttimetriä puu kasvoi 3. ja 4. päivän välissä?

---

b) Kuinka korkea puu oli neljäntenä päivänä?

---

c) Kuinka paljon puu kasvoi 2. ja 3. päivän välissä?

---

**Kiitos tutkimukseen osallistumisesta! Vastauksia käytetään tutkimuskäyttöön nimettömästi, ilman vastaajien nimiä tai yhteystietoja.**